Prof. Dr. E. Spodarev
D. Meschenmoser

Wintersemester 2009 / 2010
15. Oktober 2009

Statistik II – Übungsblatt 1

Abgabe: 22. Oktober 2009, vor den Übungen

Bitte meldet Euch im SLC unter
`https://slcbeta.mathematik.uni-ulm.de:8443/login.html`
zur Vorlesung an!

Bitte Euren Namen, Studiengang und angestrebten Abschluss deutlich lesbar auf das Lösungsblatt schreiben!

Aufgabe 1
Die Stichprobe $(1.769, -0.106, 1.729, 0.490, 0.667, -0.827, -2.388, 4.524, -1.501, 0.215)$ sei eine Realisierung einer Zufallsstichprobe mit iid $\mathcal{N}(\mu, 1)$-verteilten Zufallsvariablen.

a) Bestimme das konkrete Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ zum Niveau 0.95. (2)

b) Teste die Nullhypothese $H_0 : \mu = 0$ vs. $H_1 : \mu \neq 0$ zum Niveau 0.05. (3)

Hinweis: Quantiltabellen gibt es z.B. unter
`http://www.mathematik.uni-ulm.de/stochastik/lehre/ss02/statistik1/skript/node77.html`.

Aufgabe 2 (4)
Sei $(X_1, \ldots, X_n)$ eine Zufallsstichprobe von iid Zufallsvariablen $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ und $\sigma^2 > 0$. Konstruiere aus dem Konfidenzintervall für die Varianz σ^2 bei bekanntem Erwartungswert μ einen Test der Nullhypothese $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ vs. $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$. Gib die Entscheidungsregel und den Ablehnungsbereich an.

Aufgabe 3
Sei $(X_1, \ldots, X_n)$ eine Zufallsstichprobe von iid Zufallsvariablen $X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ mit $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$ bekannt.

a) Wie groß muss der Umfang n der Stichprobe sein, damit die Länge des Konfidenzintervalls für den Parameter μ zum Niveau $\gamma = 0.95$ höchstens σ beträgt? (3)

b) Sei $\alpha \in (0, 1)$ konstant. Wie sind die Zahlen $\alpha_1, \alpha_2 \in (0, 1)$ mit $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ zu (4) wählen, damit die Länge des Konfidenzintervalls

$$\left(\overline{X}_n - z_{1-\alpha_1}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X}_n + z_{1-\alpha_2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

für μ zum Niveau $\gamma = 1 - \alpha$ am kürzesten ist?

Aufgabe 4 (6)

Bei einer Umfrage unter 3000 Personen, die einen Schokoriegel getestet haben, ergibt sich, dass 35 Personen den Riegel auf keinen Fall kaufen würden. Die Antwort einer Person kann man als Ber (p)-verteilte Zufallsvariable auffassen (wobei die "1" bedeutet, dass das Produkt abgelehnt wird) und davon ausgehen, dass die Personen unabhängig voneinander antworten. Konstruiere mit Hilfe des Zentralen Grenzwertsatzes einen approximativen Test der Nullhypothese $H_0 : p = p_0$ vs. $H_1 : p \neq p_0$.