

Statistik II – Übungsblatt 5

Abgabe: 19. November 2009, vor den Übungen

Aufgabe 1

- a) Sei U eine im Intervall $(0, 1)$ gleichverteilte Zufallsvariable. Bestimme die Verteilung von $X = -\gamma \log U$ mit $\gamma > 0$. (2)
- b) Erzeuge in R mit Hilfe von Teil a) 100 Realisierungen einer exponentialverteilten Zufallsvariable mit Erwartungswert 1. (2)
- c) Teste in R zum Niveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass die in b) erzeugten Daten einer exponentialverteilten Grundgesamtheit mit Erwartungswert 1.25 entstammen. Bilde dazu 10 gleichstarke Klassen. Verwende nicht die Funktion `chisq.test`. (4)

Aufgaben 2

Folgende Daten, die auch auf der Vorlesungshomepage heruntergeladen werden können, geben die Zugfestigkeit (in kg/mm^2) von 0.3 mm dicken Stahlblechen parallel zur Walzrichtung an:

44.0	42.8	40.8	41.4	44.4	43.9	42.8	44.0	42.2	44.8
43.3	42.5	43.5	44.7	45.8	42.0	45.2	41.1	43.8	43.8
42.9	43.7	45.8	41.4	42.6	45.0	44.5	41.6	44.3	43.5

- a) Teste von Hand mit Hilfe des χ^2 -Tests, ob eine Normalverteilung mit Erwartungswert 45 und Varianz 4 zugrunde liegt. Bilde dazu vier Klassen derart, dass $p_{0,1} = p_{0,2} = p_{0,3} = p_{0,4} = 0.25$ gilt. (3)
- b) Teste von Hand mit Hilfe des χ^2 -Tests von Pearson-Fisher, ob die Daten überhaupt einer Normalverteilung entsprechen. Benutze fünf Klassen mit den Klassengrenzen 42, 43, 44, 45. (4)
- c) Teste mit Hilfe des Shapiro-Wilk-Tests in R, ob den Daten eine Normalverteilung zugrunde liegt. (2)

Das Signifikanzniveau sei jeweils $\alpha = 0.05$.

Aufgabe 3

(4)

Die Datei `alter.txt` auf der Vorlesungshomepage enthält das Alter von 36 Frauen bei der Geburt des ersten Kindes. Die Zahlen seien Realisierungen von iid Zufallsvariablen X_i mit Verteilungsfunktion F . Teste in R

$$H_0 : \text{median}(F) \leq 25 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \text{median}(F) > 25$$

mit dem Binomialtest zum Niveau $\alpha = 0.05$. Benutze nicht die Funktion `binom.test`.

Aufgabe 4

(4)

Der Biologe Gregor Mendel (1822 - 1884) erhielt bei einem Kreuzungsversuch mit Erbsen folgendes Resultat:

315	runde gelbe Erbsen
108	runde grüne Erbsen
101	kantige gelbe Erbsen
32	kantige grüne Erbsen

Widerspricht das Versuchsergebnis seiner Theorie, wonach sich die vier Zahlenwerte wie $9 : 3 : 3 : 1$ verhalten müssten? Führe (per Hand) einen statistischen Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ durch. Überprüfe auch, ob die Faustregel zur Größe von n erfüllt ist.

Aufgabe 5

(3)

Es soll untersucht werden, wie sensibel der χ^2 -Test von Pearson Abweichungen bemerkt. Dafür soll für normalverteilte Stichproben getestet werden, ob die Abweichung des Erwartungswerts von 0 für eine andere Testentscheidung sorgt.

Simuliere hierfür in R 4 Stichproben mit jeweils 100 (unabhängigen) normalverteilten Zufallsvariablen X_1, \dots, X_{100} mit Varianz $\sigma^2 = 1$ und Erwartungswert μ gleich 0, 0.1, 0.5, bzw. 1. Teste

$$H_0 : X_i \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad \text{vs.} \quad H_1 : X_i \not\sim \mathcal{N}(0, 1)$$

mit dem χ^2 -Test in R. Teile dafür den Wertebereich mit den Quartilen in 4 Teile und gib den p-Wert als Ergebnis aus.