

Aufg. 4

(a) $X_i = \begin{cases} 1, & \text{i-te Person hat am 10. März Geb.} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 100$

$$X_i \sim \text{Ber}\left(\frac{1}{365}\right)$$

$\Rightarrow X = \sum_{i=1}^{100} X_i \sim \text{Bin}\left(100, \frac{1}{365}\right)$, X : # Personen, die am 10. März Geburtstag haben

exakt: $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{100}{0} \left(\frac{1}{365}\right)^0 \left(\frac{364}{365}\right)^{100} = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^{100} \approx 0,2399$

Poisson-Approx.: $Y \sim \text{Poi}\left(100 \cdot \frac{1}{365}\right) = \text{Poi}\left(\frac{20}{73}\right)$

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y=0) = 1 - \frac{\left(\frac{20}{73}\right)^0}{0!} e^{-\frac{20}{73}} \approx 0,2396$$

(b) $P(X \geq 2\lambda) = P(X - \lambda \geq \lambda) \leq P(|X - \lambda| \geq \lambda) \leq \frac{\text{Var}(X)}{\lambda^2} = \frac{\lambda}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda}$

↑
Tschebyschew