Junior-Prof. Dr. Z. Kabluchko
Wolfgang Karcher

WS 2009/10
14.01.2010

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Übungsblatt 11

Abgabe: 21.01.2010 vor den Übungen

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Für den Eröffnungstermin eines Hotels wurden vorab 1500 Buchungen registriert. Es ist bekannt, dass jeder Kunde (unabhängig von anderen Kunden) bis zum Tag der Eröffnung seine Buchung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.2 storniert. Bestimme approximativ die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Gäste, die nicht stornieren, in dem Intervall $[1170, 1230]$ liegt.

Hinweis: $\Phi(1.936) = 0.974$, $\Phi(1.732) = 0.958$, $\Phi(1.5) = 0.933$.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängige standardnormalverteilte Zufallsvariablen. Zeige mit Hilfe von charakteristischen Funktionen, dass auch $\frac{X_1+\ldots+X_n}{\sqrt{n}}$ standardnormalverteilt ist.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Seien $X_1, X_2, \ldots$ und $Y_1, Y_2, \ldots$ zwei Folgen von Zufallsvariablen mit $X_n \underset{n\to\infty}{\overset{P}{\longrightarrow}} X$ und $Y_n \underset{n\to\infty}{\overset{P}{\longrightarrow}} Y$. Zeige, dass $X_n + Y_n \underset{n\to\infty}{\overset{P}{\longrightarrow}} X + Y$.

Hinweis: Damit $|a + b| > \varepsilon$ gilt, muss $|a| > \varepsilon/2$ oder $|b| > \varepsilon/2$ gelten.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei X_n eine auf $\{1, \ldots, n\}$ gleichverteilte Zufallsvariable und sei X gleichverteilt auf $[0, 1]$. Zeige, dass $\frac{X_n}{n} \underset{n\to\infty}{\overset{d}{\longrightarrow}} X$.

Aufgabe 5 (6 Punkte)

(a) Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängige Zufallsvariablen mit den Verteilungsfunktionen $F_{X_1}, \ldots, F_{X_n}$. Zeige, dass für die Verteilungsfunktion von $Z := \max\{X_1, \ldots, X_n\}$ gilt:

$$F_Z = F_{X_1} \cdot \ldots \cdot F_{X_n}$$

(b) Seien $X_1, X_2, \ldots$ unabhängig und exponentialverteilt mit Parameter 1. Zeige, dass $\max\{X_1, \ldots, X_n\} - \log n$ für $n \to \infty$ in Verteilung gegen eine Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion $e^{-e^{-x}}$ konvergiert.