

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Übungsblatt 4

Abgabe: 12.11.2009 vor den Übungen

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Seien A, B, C unabhängige Ereignisse. Zeige, dass

- (a) die Ereignisse A und B^c unabhängig sind.
- (b) die Ereignisse A^c und B^c unabhängig sind.
- (c) die Ereignisse $A \cap B$ und C unabhängig sind.
- (d) die Ereignisse $A \cup B$ und C unabhängig sind.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Ein fairer Würfel werde zweimal geworfen. Definiere die folgenden Ereignisse:

A = “Die erste Augenzahl ist ungerade”,

B = “Die zweite Augenzahl ist ungerade”,

C = “Die Summe der Augenzahlen ist ungerade”.

- (a) Zeige: Die Ereignisse A, B, C sind paarweise unabhängig, aber nicht unabhängig.
- (b) Zeige, dass die Ereignisse $A \cup B$ und C abhängig sind.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Ein Insekt legt 100 Eier, die sich unabhängig voneinander entwickeln. Aus jedem Ei schlüpft mit Wahrscheinlichkeit 0.01 ein Nachkomme. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es mindestens 2 Nachkommen gibt? Gebe die exakte Wahrscheinlichkeit und die Poisson-Approximation an.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Sei X eine Poisson-verteilte Zufallsvariable mit Parameter $\lambda > 0$. Berechne $\mathbb{E}\left(\frac{1}{1+X}\right)$.

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Es werden 50 Büchergutscheine an 100 Personen (darunter auch Sie) zufällig verteilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie mindestens einen Gutschein bekommen, wenn

- (a) jede Person höchstens einen Gutschein bekommt?
- (b) jede Person mehrere Gutscheine bekommen kann? Geben Sie die Poisson-Approximation an.