Junior-Prof. Dr. Z. Kabluchko
W. Karcher

WS 2010
19. Februar 2010

Klausur zu Elementare WR und Statistik

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Man wirft einen fairen Würfel zweimal.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahlen verschieden sind?

b) Gegeben, dass die Augenzahlen verschieden sind, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme gleich 8 ist?

c) Gegeben, dass die Augensumme gleich 8 ist, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahlen verschieden sind?

Aufgabe 2 (6 Punkte)

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Lotto "6 aus 49" alle 6 gezogenen Zahlen ungerade sind?

b) Sie tippen einmal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie mindestens 5 Richtige haben?

c) Sie tippen bei 3 unterschiedlichen Ziehungen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie mindestens einmal 6 Richtige haben?

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Die Bildzeitung wird täglich von 21% der männlichen und 13% der weiblichen Bevölkerung in Deutschland gelesen. 51% der Bevölkerung ist weiblich.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus der Bevölkerung gewählte Person die Bildzeitung liest?

b) Eine Person lese die Bildzeitung. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie männlich ist?

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Die Zufallsvariablen $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ und $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ seien unabhängig. Zeigen Sie, dass die Zufallsvariable $X_1 + X_2$ ebenfalls normalverteilt ist.

Hinweis: Sie dürfen ohne Beweis benutzen, dass die charakteristische Funktion der Normalverteilung mit Parametern μ und σ^2 gegeben ist durch $\varphi(t) = e^{i\mu t - \frac{1}{2}t^2\sigma^2}$.

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Seien X und Y gleichverteilt auf $[0,1]$ und unabhängig. Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von XY.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Ein Experiment bestehe darin, dass man zehn faire Münzen gleichzeitig wirft. Dieses Experiment werde 1000 Mal wiederholt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (Approximation), dass bei mindestens einer Wiederholung alle zehn Münzen Kopf zeigen?

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Seien $A_1,...,A_n$ Ereignisse mit $n \geq 2$.

a) Zeigen Sie: Aus $\mathbb{P}(A_1 \Delta A_2) = 0$ folgt, dass $\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}(A_2)$.

b) Zeigen Sie, dass $\mathbb{P}(A_1 \cap ... \cap A_n) \geq \mathbb{P}(A_1) + ... + \mathbb{P}(A_n) - (n-1)$.

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Die Zufallsvariablen X und Y seien unabhängig und exponentialverteilt mit Parameter $\lambda = 1$. Bestimmen Sie die Dichte von $X - Y$.