ulm university universität uulm

Prof. Dr. Evgeny Spodarev
Dipl.-Math. oec. Florian Timmermann

WS 2010/2011

Stochastik II
Übungsblatt 4

für die Übungen am 17. November 2010 von 12:00 bis 14:00 Uhr in H14

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass es eine zufällige Funktion $X = \{X(t),\, t \in T\}$ gibt, die gleichzeitig folgende Bedingungen erfüllt:

- Das zweite Moment $\mathsf{E}X^2$ existiert nicht.
- Das Variogramm $\gamma(s,t)$ ist endlich für alle $s, t \in T$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel für einen stochastischen Prozess $X = \{X(t),\, t \in T\}$ an, dessen Pfade gleichzeitig L^2-differenzierbar, aber nicht fast sicher differenzierbar sind, und beweisen Sie, warum dies so ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel für einen stochastischen Prozess $X = \{X(t),\, t \in T\}$ an, dessen Pfade gleichzeitig fast sicher differenzierbar, aber nicht L^1-differenzierbar sind, und beweisen Sie, warum dies so ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass der Wiener-Prozess unabhängige Zuwächse besitzt.

Aufgabe 5 (3+1+1 Punkte)

Sei $\{N_t\}_{t\geq 0}$ ein Erneuerungsprozess mit Zwischenankunftszeiten T_i, welche exponentialverteilt sind, d.h. $T_i \sim \text{Exp}(\lambda)$.

(a) Beweisen Sie: N_t ist Poisson-verteilt für jedes $t > 0$.

(b) Bestimmen Sie den Parameter dieser Poisson-Verteilung.

(c) Bestimmen Sie die Erneuerungsfunktion $H(t) = \mathsf{E}\, N_t$.