Prof. Dr. Volker Schmidt
Henrik Hassfeld

WS 2010/11
4.11.2010

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
Übungsblatt 3

(Abgabe: Donnerstag, 11.11.2010, vor den Übungen)

Aufgabe 1 (3 Punkte)
In einer Kiste werden bunt gemischt 100 gleichartige Teile ausgeliefert, wovon 65 aus dem Werk I stammen, unter denen sich 3 Ausschussteile befinden, und 35 aus dem Werk II stammen, unter denen sich 2 Ausschussteile befinden. Geben Sie die (bedingten) Wahrscheinlichkeiten dafür an, dass ein zufällig ausgewähltes Teil

(a) ein gutes Teil ist und von Werk II stammt,

(b) von Werk II stammt, wenn es ein gutes Teil ist,

(c) von Werk I stammt, wenn es ein Ausschussteil ist.

Aufgabe 2 (3 + 3 Punkte)

(a) In einem Lostopf liegen 7 Nieten und 3 Gewinnlose. Es werden rein zufällig 3 Lose gezogen, und es ist bekannt, dass sich unter ihnen mindestens ein Gewinn befindet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden anderen Lose Nieten sind?

(2) Aus einem Lostopf mit 3 Gewinnen und 4 Nieten werden rein zufällig Lose gezogen, bis der erste Gewinn auftritt. Ermitteln Sie für alle sinnvollen Werte von k die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der erste Gewinn im k-ten Zug erscheint.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Im Radio werden gerade die Lottozahlen übertragen, wobei Sie die Ansage der ersten fünf Zahlen verpasst haben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die sechste Zahl eine gerade Zahl?

Aufgabe 4 (5 Punkte)
Gegeben sei der Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ und eine Menge $B \in \mathcal{F}$ mit $P(B) > 0$. Sei weiter $Q : \mathcal{F} \to \mathbb{R}$ definiert über $Q(A) = P(A \mid B)$. Zeigen Sie, dass $(\Omega, \mathcal{F}, Q)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum ist. Sei $C \in \mathcal{F}$ mit $Q(C) > 0$, zeigen Sie, dass $Q(A \mid C) = P(A \mid B \cap C)$ gilt.

Aufgabe 5 (3 + 3 Punkte)
Es sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{F}$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Es sei $0 < P(A) < 1$. Dann gilt
$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Longleftrightarrow P(B \mid A) = P(B \mid A^c).$$

(b) Es gibt Ereignisse A und B mit
$$0 < P(B) < 1,\ P(A \mid B) = P(A) \text{ und } P(A \cup B) = P(A \cap B).$$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

(a) Das Ereignis A sei unabhängig von den Ereignissen B_1 und B_2. Weiter gelte $B_1 \cap B_2 = \emptyset$. Zeigen Sie, dass A und $B_1 \cup B_2$ unabhängig sind.

(b) Die Ereignisse A und B seien unabhängig und es gelte $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/3$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt mindestens eines dieser Ereignisse ein? Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt genau eines dieser Ereignisse ein?