Prof. Dr. E. Spodarev
D. Meschenmoser
D. Neuhäuser

Wintersemester 2010
29. November 2010

Zufällige Mengen und Integralgeometrie – Übungsblatt 4

Diskussion der Lösungen am 06. Dezember 2010

Dieses Übungsblatt und alle Infos zur Vorlesung gibt es unter
http://www.uni-ulm.de/index.php?id=27033.

Aufgabe 1

a) Sei K eine nichtleere kompakte konvexe Menge mit $K = -K$. Zeige, dass der Steiner-Punkt von K der Ursprung ist.

b) Zeige, dass für beliebiges $x \in \mathbb{R}^d$ der Steiner-Punkt von $\{x\}$ in x liegt.

c) Sei K eine nichtleere kompakte konvexe Menge und $\vartheta \in SO_d$. Zeige, dass für den Steinerpunkt von $\vartheta(K)$ gilt: $S(\vartheta(K)) = \vartheta(S(K))$.

Aufgabe 2

Sei X eine stabile zufällige abgeschlossene Menge mit $a_n = 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeige, dass X deterministisch ist.

Aufgabe 3

a) Sei X ein Poisson-Punktprozess mit Intensitätsmaß Λ in $\mathbb{R}^d$. Zeige, dass X unbegrenzt teilbar ist und gib die zufälligen abgeschlossenen Mengen X_{nk} an.

b) Sei X ein stabiler Poisson-Punktprozess mit Intensitätsmaß Λ in $\mathbb{R}^d$. Zeige, dass Λ homogen ist, d.h. dass es ein $\alpha \neq 0$ gibt, so dass $\Lambda(sB) = s^\alpha \Lambda(B)$ für alle $B \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$ und für alle $s > 0$. Gib ein Beispiel für solch ein Maß Λ.