Prof. Dr. Evgeny Spodarev
Dipl.-Math. Daniel Meschenmoser
Dipl.-Math. David Neuhäuser

WS 2010/11
20.12.2010

Zufällige Mengen und Integralgeometrie - Übungsblatt 7

Diskussion der Lösungen am 10. Januar 2011

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass im Falle $d = 2$, $q = 1$ die lineare Blaschke Petkantschin Formel der wohlbekannten Integration in der Ebene mit Polarkoordinaten entspricht, d.h. es gilt

$$\int_{\mathbb{R}^2} f(x)dx = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} f(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))\ r\ drd\varphi.$$

Aufgabe 2

Seien ξ und η zwei unabhängige Zufallsvektoren im $\mathbb{R}^2$, die gleichverteilt sind auf der Einheitskreisscheibe, d.h. mit jeweiliger Dichte $f(x) = \frac{1}{\pi}\mathbb{1}_{(x\in B_1(0))}$. Berechnen Sie den Erwartungswert des Flächeninhalts des Dreiecks $\Delta_{o,\xi,\eta}$, das vom Ursprung, ξ und η aufgespannt wird.

Hinweis: Verwenden Sie die lineare Blaschke Petkantschin Formel rückwärts mit $d = 3$ und $q = 2$.

Aufgabe 3

Seien ξ und η zwei unabhängige Zufallsvektoren im $\mathbb{R}^2$, die gleichverteilt sind auf der Einheitskreisscheibe, d.h. mit jeweiliger Dichte $f(x) = \frac{1}{\pi}\mathbb{1}_{(x\in B_1(0))}$. Sei ferner $D := d(0, l_{\xi,\eta})$ der Abstand der Geraden $l_{\xi,\eta}$ durch ξ und η zum Ursprung. Bestimmen Sie die Dichtefunktion der Zufallsvariablen D.

Hinweis: Die hier benötigte affine Version der Blaschke Petkantschin Formel lautet:

$$\int_{(\mathbb{R}^2)^2} f(x,y)\ dxdy = \frac{\omega_2}{\omega_1} \int_{\mathcal{E}_1^2} \int_{E^2} f(x,y)\nabla_1(y-x)\ d(x,y)dE.$$