Jun.-Prof. Dr. Z. Kabluchko
Chao Lu

WS 2011/2012
19. Oktober 2011

Extremwerttheorie

Übungsblatt 1

Abgabe: 27. Oktober 2011

Aufgabe 1

Seien $X_1, X_2, \ldots$ unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion F. Geben Sie die Verteilungsfunktion von $\min\{X_1, \ldots, X_n\}$ an.

Aufgabe 2

Es seien $X_1, X_2, \ldots$ unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion F. Beweisen Sie: Ist F eine Gumbel, Fréchet oder Weibull-Verteilung, so gibt es für jedes $n \in \mathbb{N}$ Konstanten $a_n, b_n \in \mathbb{R}$ so dass

$$\frac{\max\{X_1, \ldots, X_n\} - a_n}{b_n}$$

die gleiche Verteilungsfunktion F wie die X_i's hat.

Aufgabe 3

Zwei Verteilungsfunktionen G_1 und G_2 heißen vom selben Typ (Schreibweise $G_1 \bowtie G_2$), falls es $c > 0$ und $d \in \mathbb{R}$ gibt mit $G_2(t) = G_1(ct + d)$ für alle $t \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass $\bowtie$ eine Äquivalenzrelation ist, d.h. die folgenden drei Aussagen gelten:

(a) $G_1 \bowtie G_1$;

(b) aus $G_1 \bowtie G_2$ folgt $G_2 \bowtie G_1$;

(c) aus $G_1 \bowtie G_2$ und $G_2 \bowtie G_3$ folgt $G_1 \bowtie G_3$.

Aufgabe 4

Eine Zufallsvariable heißt Cauchy-verteilt, falls sie Dichtefunktion $f(t) = \frac{1}{\pi(1+t^2)}$ besitzt. In welchem Max-Anziehungsbereich liegt die Cauchy-Verteilung? Bitte geben Sie einen Beweis an.