Jun.-Prof. Dr. Z. Kabluchko
Chao Lu

WS 2011/2012
22. Dezember 2011

Extremwerttheorie

Übungsblatt 10 (Bonusblatt)

Abgabe: 12. Januar 2012

Aufgabe 1

Es seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängige Zufallsvariablen mit $\mathbb{P}[X_i > t] = e^{-\lambda_i t}$, $t \geq 0$, wobei $\lambda_1, \ldots, \lambda_n > 0$. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von $X_{1:n} = \min\{X_1, \ldots, X_n\}$.

Aufgabe 2

Es seien $X_1, X_2, \ldots$ unabhängig mit $\mathbb{P}[X_i > t] = e^{-t}$, $t \geq 0$. Zeigen Sie, dass

(a) $\lim_{n\to\infty} \frac{\max\{X_1,\ldots,X_n\}}{\log n} = 1$ in Wahrscheinlichkeit.

(b) $\lim_{n\to\infty} \frac{\max\{X_1,\ldots,X_n\}}{\log n} = 1$ fast sicher.

Aufgabe 3

Es seien $U_1, \ldots, U_n$ unabhängig und gleichverteilt auf $[0,1]$. Es seien $U_{1:n}, \ldots, U_{n:n}$ die Ordnungsstatistiken von $U_1, \ldots, U_n$. Zeigen Sie, dass $\mathbb{E}U_{k:n} = \frac{k}{n+1}$ und berechnen Sie $\operatorname{Var} U_{k:n}$.

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr!