Jun.-Prof. Dr. Z. Kabluchko
Chao Lu

WS 2011/2012
10. November 2011

Extremwerttheorie

Übungsblatt 4

Abgabe: 17. November 2011

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Funktion $f(t) = (\log t)^{c(\log t)^\beta}$, wobei $\beta < 1$, langsam variierend in $+\infty$ ist.

Aufgabe 2

Die Verteilungsfunktion F gehöre zum Max-Anziehungsbereich der Fréchet-verteilung Φ_α und die Verteilungsfunktion G gehöre zum Max-Anziehungsbereich von Φ_β, wobei $\alpha \neq \beta$. Sei außerdem $p \in (0,1)$. Beweisen Sie, dass die Verteilungsfunktion $pF + (1-p)G$ im Max-Anziehungsbereich von $\Phi_{\min(\alpha,\beta)}$ liegt.

Hinweis: Sie können die folgende Aussage ohne Beweis verwenden: für jede in $+\infty$ langsam variierende Funktion L und jedes $\varepsilon > 0$ gilt $\lim_{t\to+\infty} L(t)/t^\varepsilon = 0$.

Aufgabe 3

Sei F eine Verteilungsfunktion mit $\bar{F}(t) \sim Kt^\alpha e^{-t^\beta}$, $t \to +\infty$, wobei $K > 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta > 0$. Zeigen Sie, dass F im Max-Anziehungsbereich der Gumbel-Verteilung G liegt und finden Sie Konstanten a_n, b_n, so dass

$$\lim_{n\to\infty} F^n(a_n t + b_n) = e^{-e^{-t}} \text{ für alle } t \in \mathbb{R}.$$

Bitte geben Sie Konstanten a_n und b_n explizit an (d.h. insbesondere nicht als Quantilfunktionen).