Jun.-Prof. Dr. Z. Kabluchko
Chao Lu

WS 2011/2012
1. Dezember 2011

Extremwerttheorie

Übungsblatt 7

Abgabe: 8. Dezember 2011

Aufgabe 1

Es seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängige Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion F. Setze $M_n = \max\{X_1, \ldots, X_n\}$ und $m_n = \min\{X_1, \ldots, X_n\}$. Berechnen Sie $\mathbb{P}[M_n \le x, m_n \le y]$ für alle $x > y$.

Aufgabe 2

Es seien $X_1, X_2, \ldots$ unabhängige identisch verteilte Zufallsvariablen mit Dichtefunktion f. Sei

$$N_n = \min\{k \in \mathbb{N} : X_{n+k} > \max\{X_1, \ldots, X_n\}\}.$$

Berechnen Sie $\mathbb{P}[N_n = m]$ für alle $m \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie $\mathbb{E}N_n$.

Aufgabe 3

Es seien $X_1, X_2, \ldots$ u.i.v. Zufallsvariablen aus dem Max-Anziehungsbereich der Fréchet-Verteilung Φ_α, so dass

$$\frac{M_n - a_n}{b_n} \xrightarrow[n\to\infty]{d} \Phi_\alpha.$$

Zeigen Sie, dass für $M_n^{(k)} = X_{n-k+1:n}$ mit festem $k \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{M_n^{(k)} - a_n}{b_n} \le x\right] = \frac{1}{(k-1)!}\int_{x^{-\alpha}}^{\infty} e^{-t}t^{k-1}dt, \qquad x > 0.$$

Freiwillig: Leiten Sie die entsprechenden Formeln für die Max-Anziehungsbereiche der Gumbel- und Weibull-Verteilungen.