Prof. Dr. E. Spodarev
Dipl.-Math. oec. J. Schmidt

WS 2011/2012
20.10.2011

Übungen zu elementarer Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Blatt 1

(Abgabe: Donnerstag, 27.10.2011, vor den Übungen)

Hinweis:

- Die Lösungen der Übungsblätter müssen zu zweit abgegeben werden. Bitte die Namen **deutlich** schreiben!
- Bitte im SLC anmelden !

Aufgabe 1, 3 Punkte

Gib für die folgende Situation geeignete Grundmengen an:

(a) Zwei identische Würfel werden drei mal jeweils gleichzeitig geworfen.

(b) Aus einer Urne, in der sich n, von 1 bis n durchnummerierte, Kugeln befinden, werden k Kugeln mit einem Griff gezogen.

(c) Aus einer Gruppe von 8 Mathematikern, 4 Informatikern und 3 Biologen wird ein Viererkomitee zufällig gebildet.

Aufgabe 2, 8 Punkte

Ein technisches System bestehe aus 3 Teilsystemen, die in einem betrachteten Zeitraum zufallsbedingt ausfallen können oder nicht.

(a) Gib eine geeignete Grundmenge Ω für die möglichen Zustände des Systems an. Verwende dabei die Kodierung '1' für Ausfall und '0' für Nichtausfall.

(b) Betrachte die zufälligen Ereignisse A: "Genau 2 Teilsysteme fallen aus", B: "Das Teilsystem 1 fällt aus" und bestimme $A \cap B$, $A \cup B$, $A \backslash B$, A^c, B^c als Teilmengen von Ω und formuliere diese zufälligen Ereignisse in Worten.

(c) Bestimme die Ereignisse C: "Kein Teilsystem fällt aus", D: "Höchstens ein Teilsystem fällt aus", E: "Mindestens 1 Teilsystem fällt aus", sowie $A \cap E$ und $E \backslash B$.

(d) Welche der Ereignisse A,B,C,D und E sind paarweise unvereinbar?

Aufgabe 3, 5 Punkte

Seien A, B, C, $B_i \subset \Omega$, $i = 1, ..., n$.

(a) Zeige: $(B_1 \cup ... \cup B_n)^c = B_1^c \cap ... \cap B_n^c$ und $(B_1 \cap ... \cap B_n)^c = B_1^c \cup ... \cup B_n^c$

(b) Zeige: $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

(c) Vereinfache $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$

(d) Finde das Ereignis C heraus: $(C \cup A)^c \cup (C \cup A^c)^c = B$

(e) Gib die von $\{A, B\}$ erzeugte Algebra an, d.h. die kleinste Algebra die A und B enthält.

Aufgabe 4, 4 Punkte

Sei Ω eine beliebige Menge und $B \subset \Omega$. Zeigen Sie, dass

(a) $\mathcal{F}_1 := \{A \subset \Omega : A \text{ abzählbar oder } A^c \text{ abzählbar}\}$ eine σ-Algebra auf Ω ist

(b) $\mathcal{F}_2 := \mathcal{F} \cap B := \{A \cap B : A \in \mathcal{F}\}$ eine σ-Algebra auf B ist, falls $\mathcal{F}$ eine σ-Algebra auf Ω ist.