Prof. Dr. E. Spodarev
Dipl.-Math. oec. J. Schmidt

WS 2011/2012
27.10.2011

Übungen zu elementarer Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Blatt 2

(Abgabe: Donnerstag, 03.11.2011, vor den Übungen)

Hinweis:

- Die Lösungen der Übungsblätter müssen zu zweit abgegeben werden. Bitte die Namen **deutlich** schreiben!
- Bitte im SLC anmelden!

Aufgabe 1, 4 Punkte

Überprüfe, ob die Tripel $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ Wahrscheinlichkeitsräume sind:

(a) $\Omega = \mathbb{N}_0$, $\mathcal{F} = P(\Omega)$, $P(A) = \sum_{x \in A} \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^x}{x!}$, $\lambda > 0$, $A \in \mathcal{F}$

(b) $\Omega = \mathbb{R}$, $\mathcal{F} = \sigma(\{(a, b) : -\infty < a < b < \infty\})$, $P(A) = 1$, falls ein endliches Intervall I existiert mit $A \subset I$, und $P(A) = 0$ sonst.

Aufgabe 2, 4 Punkte

Sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum, und seien A, B und C paarweise disjunkte Ereignisse mit $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.25$ und $P(C) = 0.45$, $A \cup B \cup C = \Omega$. Bestimme die durch $\{A, B, C\}$ erzeugte σ-Algebra, dh. die kleinste σ-Algebra, die A, B und C enthält. Berechne die Wahrscheinlichkeiten aller Ereignisse dieser σ-Algebra.

Aufgabe 3, 6 Punkte

Sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum und A, B, $A_i \in \mathcal{F}$, für $i = 1, ..., n+1$, $n \in \mathbb{N}$. Zeige folgende Gleichungen bzw. Ungleichungen:

(a) $P(A \cap B) - P(A)P(B) = P(A^c)P(B) - P(A^c \cap B)$

(b) $P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$

(c) $P(\cap_{i=1}^n A_i) \geq \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - (n-1)$

(d) $P(\cup_{i=1}^n A_i) \leq \min_k \left\{ \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i=1, i \neq k}^{n} P(A_i \cap A_k) \right\}$

(e) $P(\cap_{i=1}^n A_i) = 1$, falls für die Ereignisse A_i, $i = 1, ..., n$: $P(A_i) = 1$.

Aufgabe 4, 6 Punkte

(a) Eine Zahl soll willkürlich aus der Menge der ersten 200 natürlichen Zahlen gezogen werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gewählte Zahl durch 6 oder durch 8 teilbar ist?

(b) Aus 6 Personen, A, B, C, D, E, F soll ein Ausschuß von 3 Personen gebildet werden. Gib eine passende Grundmenge an und ordne den Elementarereignissen annehmbare Wahrscheinlichkeiten zu. Bestimme außerdem die Wahrscheinlichkeiten, dass

a) A wird gewählt

b) A und B werden gewählt

c) A oder B wird gewählt

d) A wird nicht gewählt

e) weder A noch B werden gewählt