Prof. Dr. E. Spodarev
Dipl.-Math. oec. J. Schmidt

Wintersemester 2011/2012
16. 12. 2011

Übungen zu elementarer Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

- Blatt 9 -

Abgabe am Donnerstag, 22. 12. vor der Übung

Aufgabe 1, 5 Punkte
Berechne für die Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda > 0$ die Quantilfunktion und die Tail-Funktion und leite daraus jeweils die Formel für den Erwartungswert her.

Aufgabe 2, 5 Punkte
Es seien X und Y unabhängig und gleichverteilt auf $[0, 1]$. Berechne die Kovarianz $\operatorname{Cov}(U, V)$, wobei $U = \min\{X, Y\}$ und $V = \max\{X, Y\}$.

Aufgabe 3, 2 Punkte
Zeige: Sind zwei quadratisch integrierbare Zufallsvariablen X und Y identisch verteilt, so sind $X + Y$ und $X - Y$ unkorreliert.

Aufgabe 4, 6 Punkte
Herr Maier investiert 100.000 € in Schrauben und 50.000 € in Muttern. Angenommen, 1.000 €, die in Schrauben bzw. Muttern investiert werden, haben nach einem Jahr eine erwartete Wertsteigerung von 100 € bzw. 200 € bei einer Varianz von 100 bzw. 10.000.

Welchen Erwartungswert und welche Varianz hat die Gesamtinvestition (in Schrauben und Muttern) von Herrn Maier nach einem Jahr, wenn

(a) die Wertsteigerungen unabhängig sind,

(b) die Wertsteigerungen einen Korrelationskoeffizienten von 0,4 besitzen?

Aufgabe 5, 4 Punkte
Zeige, dass für eine quadratisch integrierbare Zufallsvariable X gilt, dass sie unabhängig von sich selbst ist genau dann, wenn $X = \mathbb{E}\, X$ fast sicher gilt.

Aufgabe 6, 4 Punkte
Führe Übungsaufgabe 4.6.1 aus dem Skript durch:

$$\boxed{\text{Beweisen Sie, dass } \gamma_1 = \gamma_2 = 0 \text{ für } X \sim N(\mu, \sigma^2).},$$

wobei γ_1 bzw. γ_2 die Schiefe bzw. Wölbung darstellen.