

Stochastik III - Übungsblatt 7

Abgabe: 23. 01. 2013 vor Beginn der Übung

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Betrachten Sie das lineare Modell von Aufgabe 2, Blatt 6. Bestimmen Sie für $\beta_1 + \frac{1}{3}\beta_2 + \frac{2}{3}\beta_3$ ein Konfidenzintervall zum Niveau $1 - \alpha = 0.95$.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Welche der folgenden parametrischen Familien von Verteilungen $\{P_\theta, \theta \in \Theta \subset \mathbb{R}\}$ mit Zähldichte bzw. Dichtefunktion $f(\cdot; \theta)$ bilden eine einparametrische Exponentialfamilie?

(a) $f(x; \theta) = \frac{1}{2\theta} \mathbb{I}_{(-\theta, \theta)}(x)$, wobei $\theta > 0$ und $x \in \mathbb{R}$.

(b) $f(x; \theta) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} \mathbb{I}_{\{0, \dots, n\}}(x)$, wobei $n \in \mathbb{N}$ bekannt sei und $0 < \theta < 1$.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Die Stichprobenvariablen $Y_i, i = 1 \dots, n$ seien Poisson-verteilt mit Parameter $\lambda_i, 0 < \lambda_i < \infty$. Zeigen Sie, dass die Familie der Poisson-Verteilungen eine einparametrische Exponentialfamilie ist und bestimmen Sie die natürliche Linkfunktion.

Aufgabe 4 (4 + 4 + 3 Punkte)

Auf der Homepage der Vorlesung finden Sie die Datei *challenger.txt*, die folgende Werte enthält:

Temperatur	53	57	58	63	66	67	67	67	68	69	70	70
Ausfall	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Temperatur	70	70	72	73	75	75	76	76	78	79	81	
Ausfall	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	

Der Wert *Temperatur* ist die Aussentemperatur (in Fahrenheit) beim Start der 23 Space-Shuttle-Flüge vor der Challenger-Katastrophe und der Parameter *Ausfall* gibt an, ob mindestens einer der Dichtungsringe wegen Materialermüdung ausgefallen ist (1) oder nicht (0).

(a) Untersuchen Sie mit Hilfe eines logistischen Regressionsmodells (Logit-Modells) den Einfluss der Temperatur auf das Auftreten solcher Materialermüdungserscheinungen. Welche Wahrscheinlichkeit wird für das Versagen mindestens eines Dichtungsringes prognostiziert, wenn die Aussentemperatur wie am Unglückstag 31 °F beträgt?

Hinweis: Machen Sie sich mit dem Befehl *glm()* vertraut.

(b) Wiederholen Sie Teil a) mit einem entsprechenden Probit-Modell.

(c) Zeichnen Sie die Messdaten sowie die beiden Kurven der geschätzten Wahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von der Temperatur in ein gemeinsames Schaubild.