

Stochastik für Wirtschaftswissenschaftler - Übungsblatt 1

Abgabe am 26. 10. vor Beginn der Übung

- Übungsblätter müssen vor Beginn der Übung abgegeben werden, nach 12.15 Uhr können keine Lösungen mehr angenommen werden
- bitte Namen und SCL-Logins deutlich aufs Blatt schreiben
- es ist eine Anmeldung zur Vorlesung bei SLC notwendig
- Übungsblätter sollen zu zweit abgegeben werden, stehen mehr als zwei Namen auf dem Blatt, können leider keine Punkte vergeben werden
- mehrere Blätter bitte tackern
- um zur Klausur zugelassen zu werden müssen insgesamt auf allen Übungsblättern mindestens 50% der Übungspunkte erreicht werden

Aufgabe 1 (4+6 Punkte)

(a) Schreibe die folgenden Mengen als Aufzählung ihrer Elemente, d.h. $M = \{x_1, x_2, \dots\}$:

- $M_1 = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ ist teilbar durch } 8 \text{ und liegt zwischen } 1 \text{ und } 50\}$
- $M_2 = \{x : x \text{ ist ein Kontinent}\}$
- $M_3 = \{x : x^2 + 4x - 5 = 0\}$
- $M_4 = \{x : 2x - 4 \geq 0 \text{ und } x < 1\}$

(b) Betrachte den Grundraum $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ und die Teilmengen $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{2, 3, 4, 5\}$ und $D = \{1, 6, 7\}$. Schreibe die folgenden Mengen als Aufzählung ihrer Elemente:

- (i). $A \cup C$ (ii). $A \cap B$ (iii). C^c (iv). $(C^c \cap D) \cup B$ (v). $(\Omega \cap C)^c$ (vi). $A \cap C \cap D^c$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Betrachte folgende Ereignisse bzgl. der Wertentwicklung des Dollarkurses nach einem Jahr:

- $A =$ „Der Kurs steigt um weniger als 5%, fällt aber nicht“
- $B =$ „Der Kurs steigt um 5-10%“
- $C =$ „Der Kurs steigt um über 10%“

Beschreibe folgende Ereignisse in Worten:

- (a) $A \cup B$
(b) $B^c \cap C^c$
(c) $(A \cup B \cup C)^c$
(d) $(A \cup B)^c \cup C$

Aufgabe 3 (4+2+1 Punkte)

Ein Kreditportfolio bestehe aus 3 Krediten, die in einem betrachteten Zeitraum zufallsbedingt ausfallen können oder nicht.

Betrachte den Grundraum $\Omega = \{(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$, der die möglichen Zustände des Portfolios beinhaltet. Dabei wird die Kodierung "1" für "Kredit fällt aus" und "0" für "Kredit fällt nicht aus" verwendet.

Beispiel: die Menge $\{(1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ steht für das Ereignis "Kredit 1 und Kredit 2 fallen aus".

- (a) Betrachte die zufälligen Ereignisse $A =$ "Genau 2 Kredite fallen aus", $B =$ "Kredit 1 fällt aus" und bestimme $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, A^c als Teilmengen von Ω und formuliere diese zufälligen Ereignisse in Worten.
- (b) Bestimme die Ereignisse $C =$ "Kein Kredit fällt aus", $D =$ "Höchstens 1 Kredit fällt aus", $E =$ "Mindestens 1 Kredit fällt aus" sowie $A \cap E$ und $E \setminus B$ als Teilmengen von Ω .
- (c) Welche der Ereignisse A, B, C, D und E sind paarweise unvereinbar?

Aufgabe 4 (2+2+2 Punkte)

Seien A, B, C Teilmengen einer Grundmenge Ω . Zeige:

- (a) $(A \setminus B) \cap (A \setminus C) = A \setminus (B \cup C)$
- (b) $\Omega = ((A \cup (B^c \cap A)^c) \cap C)^c \cup B$
- (c) $\emptyset = ((A \setminus C) \cap (B^c \cup A)^c) \setminus B$

Hinweis: nutze die de Morganschen Gesetze und die Identität $A_1 \setminus A_2 = A_1 \cap A_2^c$ aus der Vorlesung.