Prof. Dr. Volker Schmidt
Björn Kriesche

WS 2012/2013
26. 10. 2012

Stochastik für Wirtschaftswissenschaftler - Übungsblatt 2

Abgabe am 02. 11. **vor** Beginn der Übung

Aufgabe 1 (2+2+2+1 Punkte)

Gib für folgende zufällige Ereignisse einen möglichst einfachen Ereignisgrundraum Ω an. Verwende dabei nur mathematische Ausdrücke und Definitionen. Beschreibe auch kurz in Worten, welchem (Elementar-) Ereignis ein einzelnes Element $\omega \in \Omega$ entspricht.

(a) 8-maliger Wurf mit einem Würfel

(b) Geordnetes Ergebnis des Ziehens der Lottozahlen (6 aus 49)

(c) Geburtsdatum eines Kommilitonen von dem du nur weißt, dass er in einem Januar, Mai, Juli, Oktober oder Dezember zwischen 1989 und 1993 geboren wurde

(d) Was wäre eine passende Algebra für die Ereignisräume aus (a)-(c)?

Aufgabe 2 (1,5+1,5+2 Punkte)

In einer Stadt gibt es genau 8 verschiedene Kreditinstitute (der Einfachheit halber bezeichnet mit A,B,C,D,E,F,G,H). Es gebe Kunden, die nicht entscheiden können, bei welchen Kreditinstituten sie Konten eröffnen, da sie alle 8 als gleich gut einschätzen. Daher überlassen sie die Entscheidung dem Zufall. Solche Kunden werfen für jedes Institut jeweils genau einen entsprechend beschrifteten Zettel in eine Lostrommel. Gib für jede der folgenden Situationen ein geeignetes Zufallsexperiment und den dazugehörigen Grundraum Ω an:

(a) Ein Kunde möchte bei genau 2 verschiedenen Kreditinstituten ein Konto eröffnen.

(b) Eine Gruppe von 3 Kunden möchte pro Person genau ein Konto eröffnen (nicht notwendigerweise bei demselben Kreditinstitut).

(c) Eine Gruppe von 4 Kunden möchte pro Person genau ein Konto eröffnen, allerdings möchte jeder bei einem anderen Kreditinstitut sein als die anderen 3.

Aufgabe 3 (6+2 Punkte)

(a) Betrachte das Zufallsexperiment des einmaligen Würfelns mit dem Grundraum $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Zeige oder widerlege, dass folgende Mengensysteme Algebren auf Ω sind.

   (i) $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega, \{1, 3\}, \{2, 4, 5, 6\}\}$

   (ii) $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}\}$

   (iii) $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{1, 4, 5, 6\}, \{3, 4, 5, 6\}, \{1, 2, 4, 5, 6\}, \{2, 3, 4, 5, 6\}\}$

   (iv) $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega, \{3\}, \{4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 5, 6\}, \{1, 2, 3, 5, 6\}, \{1, 2, 4, 5, 6\}\}$

(b) Betrachte den Grundraum $\Omega = \{1, 2, 3\}$ und das Mengensystem $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{2, 3\}\}$. Welche Mengen müssen zu $\mathcal{F}$ hinzugefügt werden, damit $\mathcal{F}$ die Eigenschaften einer Algebra erfüllt?

Aufgabe 4 (4+2 Punkte)

(a) Sei $\mathcal{F}$ eine Algebra und $A_1, A_2, \ldots, A_n \in \mathcal{F}$. Zeige:

  (i) $A_1 \setminus A_2 \in \mathcal{F}$

  (ii) $\bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{F}$

(b) Sei $\mathcal{F}$ eine Algebra von Teilmengen von Ω und sei $B \in \mathcal{F}$. Zeige, dass durch $\mathcal{G} = \{A \cap B,\ A \in \mathcal{F}\}$ eine Algebra von Teilmengen von B gegeben ist.

Hinweise:

- Aufgabenteil (a)(ii): benutze Induktion.
- Aufgabenteil (b): Grundmenge von $\mathcal{G}$ ist B, d.h. für $C \in \mathcal{G}$ gilt $C^c = B \cap C^c$