

Stochastik für Wirtschaftswissenschaftler - Übungsblatt 3

Abgabe am 09. 11. vor Beginn der Übung

Aufgabe 1 (6+2 Punkte)

(a) Betrachte folgende Ereignisse bzgl. der Wertentwicklung eines Softwareunternehmens nach einem Jahr:

- A = "Der Wert ist nach einem Jahr um mehr als 5 Prozent gestiegen."
- B = "Der Wert ist nach einem Jahr gestiegen, aber nur um maximal 5 Prozent."
- C = "Der Wert ist nach einem Jahr nicht gestiegen."

Die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A , B und C werden von einem Analysten wie folgt geschätzt: $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.25$ und $P(C) = 0.35$. Erläutere folgende Ereignisse in Worten und berechne ihre Wahrscheinlichkeiten:

- (i) C^c ,
- (ii) $A \cup B$,
- (iii) $A^c \cup C$,
- (iv) $A \cup B \cup C$.

(b) Sei (Ω, \mathcal{F}, P) ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{F}$. Zeige, dass für die symmetrische Differenz $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ folgende Identität gilt:

$$P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

Aufgabe 2 (2+4 Punkte)

Betrachte das Zufallsexperiment des Werfens von n Würfeln.

- (a) Definiere einen für das Zufallsexperiment geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{F}, P) .
- (b) Mit wie vielen Würfeln muss mindestens gewürfelt werden (d.h. wie groß muss n mindestens sein), damit die Wahrscheinlichkeit dafür, mit keinem Würfel eine 6 zu werfen, kleiner als 0.1 ist?

Hinweis: Nutze die Eigenschaften des natürlichen Logarithmus.

Aufgabe 3 (1+4 Punkte)

Die neu gegründete Raffeißen-Bank hat ihren ersten Kunden. Diesem wird eine rein zufällige, sechs-stellige Kundennummer zugewiesen (an jeder Stelle sind die Ziffern 0 bis 9 möglich). Betrachte die Vergabe der Kundennummer als ein Zufallsexperiment.

- (a) Definiere einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{F}, P) .
- (b) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ...
 - (i) ... die Kundennummer aus sechs verschiedenen Ziffern besteht,
 - (ii) ... die Kundennummer nur aus ungeraden Zahlen besteht und an erster Stelle eine 1 oder 3 steht,
 - (iii) ... die Kundennummer genau zweimal die 3, aber keine 7 und keine 8 enthält,
 - (iv) ... die Ziffern 1, 2 und 3 genau einmal in der Kundennummer vertreten sind, wobei Ziffer 3 an der letzten Stelle stehen soll.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Betrachte das gewöhnliche Zahlenlotto "6 aus 49". Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei der nächsten Ziehung ...

- (i) ... alle gezogenen Zahlen (echt) kleiner als 10 sind,
- (ii) ... alle gezogenen Zahlen gerade sind und die 10 nicht dabei ist,
- (iii) ... keine Zahl gezogen wird, die die Ziffer zwei enthält,
- (iv) ... nur aufeinanderfolgende Zahlen gezogen werden.

Aufgabe 5 (3 Punkte)

20 Bachelor-Studenten und 4 Master-Studenten nehmen am Planspiel Börse teil. Sie werden rein zufällig in 4 Gruppen zu je 6 Personen aufgeteilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 4 Master-Studenten in verschiedenen Gruppen sind?

Hinweis: Berechne die Wahrscheinlichkeit für jede Gruppe einzeln und multipliziere dann die Einzelwahrscheinlichkeiten.

Hinweis: Lege für Aufgaben 2-5 einen Laplaceschen Wahrscheinlichkeitsraum zugrunde.