Prof. Dr. Volker Schmidt
Björn Kriesche

WS 2012/2013
09. 11. 2012

Stochastik für Wirtschaftswissenschaftler - Übungsblatt 4

Abgabe am 16. 11. **vor** Beginn der Übung

Aufgabe 1 (1+2+2+2 Punkte)

Für welche Wahl von $a \in \mathbb{R}$ bilden die folgenden Funktionen Wahrscheinlichkeitsfunktionen? Begründe deine Antwort, falls es kein solches a gibt.

(a) $p_1 = 0,4; \quad p_2 = 0,1; \quad p_3 = 0,07; \quad p_4 = 0,21; \quad p_5 = a,$

(b) $p_k = k \cdot a \qquad$ für $k \in \mathbb{Z}$,

(c) $p_k = \frac{a}{2 \cdot k} \qquad$ für $k \in \mathbb{N}$,

(d) $p_k = a \cdot q^k \qquad$ für $k \in \mathbb{N}$ und $q \in (0, 1)$.

Aufgabe 2 (3+2 Punkte)

Ein Kreditinstitut weiß aus Erfahrung, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Kreditausfall bei einem Prozent liegt. Berechne die

(a) exakte

(b) approximative

Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den aktuell 300 Krediten im Bestand des Kredinstituts höchstens vier ausfallen.

Aufgabe 3 (3+2 Punkte)

(a) Das IT-Unternehmen Macrosoft bringt ein neues Betriebssystem auf dem Markt, welches du dir umgehend kaufst. Auf der Verpackung findet sich der Hinweis, dass die zufällige Anzahl der Systemabstürze pro Monat Poisson-verteilt ist mit Paramter $\lambda = 2.5$. Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

 (i) Das Betriebssystem stürzt im nächsten Monat höchstens dreimal ab.

 (ii) Das Betriebssystem stürzt im nächsten Monat mindestens zweimal ab.

 (iii) Das Betriebssystem stürzt im nächsten Monat genau viermal, siebenmal, achtmal oder zehnmal ab.

(b) Finde eine Rekursionsformel für die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Poisson-Verteilung, d.h. finde Konstanten a und b, sodass $p_k = a \cdot p_{k-1} + b$ für $k = 1, 2, \ldots$.

Hinweis: Die Konstanten a und b können durchaus von k abhängen.

Aufgabe 4 (1+1+1+1 Punkte)

Auf einem Jahrmarkt wird ein Glücksrad zehnmal gedreht. Das Glücksrad enthält 20 gleichgroße Felder, von denen 5 Gewinnfelder darstellen und die restlichen als Nieten gekennzeichnet sind. Berechne die Wahrscheinlickeiten der folgenden Ereignisse:

(a) Der Spieler erzielt beim achten Versuch einen Gewinn.

(b) Insgesamt werden genau vier Nieten angezeigt.

(c) Der Spieler gewinnt mindestens zweimal.

(d) Der Spieler erzielt seinen ersten Gewinn im sechsten Versuch.

Aufgabe 5 (2+2+2 Punkte)

Für welche Wahl von $c \in \mathbb{R}$ bilden die folgenden Funktionen Wahrscheinlichkeitsdichten? Begründe deine Antwort, falls es kein solches c gibt.

(a) $f(x) = c(\mathbb{1}_{[-1,1]}(x) - 2\mathbb{1}_{[0,1]}(x))$,

(b) $f(x) = c(\sin x + 1)\mathbb{1}_{[0,\pi]}(x)$,

(c) $f(x) = \frac{1}{2c(1-c^2/3)}(1 - x^2)\mathbb{1}_{[-c,c]}(x)$,

wobei $\mathbb{1}_{[a,b]}(x)$ die Indikatorfunktion symbolisiert, d.h. $\mathbb{1}_{[a,b]}(x)$ ist 1 für $x \in [a, b]$ und 0 sonst.

Hinweise:

- Sei $C = \{x_1, x_2, \ldots\}$ eine abzählbare Menge. Eine Funktion $p : C \to \mathbb{R}$ mit $p_k = p(k)$ heißt Wahrscheinlichkeitsfunktion, falls:
  (i) $p_k \geq 0$ für alle $k \in C$,
  (ii) $\sum\limits_{k \in C} p_k = 1$.
- Eine (stückweise stetige) Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heißt Wahrscheinlichkeitsdichte, falls:
  (i) $f(x) \geq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$,
  (ii) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1$.
- Nutze die geometrische und die harmonische Reihe.