

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Bonusblatt

Abgabe: 14. Februar 2013

Bitte nur abgeben, wer weniger als 139 Punkte hat.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Es sei X eine Zufallsvariable mit Dichte $f_X(y) = cy^{-5}\mathbb{1}_{y>1}$. Bestimmen Sie c , $\mathbb{P}[2 < X < 3]$, $\mathbb{E}X$, $\text{Var } X$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Es seien X_1, \dots, X_n unabhängige Zufallsvariablen mit $\mathbb{E}X_i = 0$, $\mathbb{E}[X_i^2] = \sigma^2$ und $\mathbb{E}[X_i^4] = v$ für $i = 1, \dots, n$. Dabei seien σ^2 und v bekannte Parameter. Sei $S = X_1 + \dots + X_n$. Bestimmen Sie $\mathbb{E}[S]$, $\mathbb{E}[S^2]$ und $\mathbb{E}[S^4]$.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Die Zufallsvariablen X und Y seien unabhängig und gleichverteilt auf $[0, 1]$. Bestimmen Sie die Verteilung der Zufallsvariable

$$Z = \begin{cases} X + Y, & \text{falls } X + Y \leq 1, \\ X + Y - 1, & \text{falls } 1 < X + Y \leq 2. \end{cases}$$

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Die Zufallsvariablen X und Y seien standardnormalverteilt und unabhängig. Bestimmen Sie die Verteilung der Zufallsvariable $X^2 + Y^2$.