

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Übungsblatt 3

Abgabe: 15. November 2012

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Drei Freunde Alexander, Maximilian und Fritz treffen sich zum Skatspielen. Jeder Spieler bekommt 10 Karten. Insgesamt gibt es 32 Karten. Berechne folgende Wahrscheinlichkeiten:

- (a) Fritz hat mindestens 3 Buben.
- (b) Einer der Spieler hat mindestens 3 Buben.
- (c) Alexander hat mindestens 2 Asse.
- (d) Alexander hat 2 Asse, 1 Dame, 1 König, 2 Zehner, 2 Buben und 2 Siebener.
- (e) Es gibt mindestens einen Spieler, der 2 Asse, 1 Dame, 1 König, 2 Zehner, 2 Buben und 2 Siebener hat.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Eine Münze wird dreimal geworfen, wobei "Zahl" mit Wahrscheinlichkeit p und "Kopf" mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ erscheint. Betrachte die Ereignisse

$$A = \{\text{höchstens einmal Kopf}\} \quad \text{und} \quad B = \{\text{alle drei Würfe sind gleich}\}.$$

- (a) Bestimme die Wahrscheinlichkeiten von A und B .
- (b) Für welche Werte von $p \in [0, 1]$ sind A und B unabhängig?

Aufgabe 3 (5 Punkte)

- (a) Ein fairer Würfel werde zweimal gewürfelt. Sei X die erste und Y die zweite Augenzahl. Definiere $Z := \max\{X, Y\}$. Bestimme den Erwartungswert von Z .
- (b) Ein fairer Würfel werde solange geworfen bis man eine 6 würfelt, aber höchstens zehnmal. Sei T die Anzahl der Würfe. Bestimme den Erwartungswert von T .

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Zeige, dass für alle $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\frac{\binom{n_1}{k_1} \binom{n_2}{k_2}}{\binom{n_1+n_2}{k_1+k_2}} \rightarrow \binom{k_1+k_2}{k_1} p^{k_1} (1-p)^{k_2},$$

falls $n_1, n_2 \rightarrow \infty$ so dass $\frac{n_1}{n_1+n_2} \rightarrow p$ mit $p \in (0, 1)$.