Dr. Markus Kunze
Dipl.-Math. Stefan Roth

WS 2013/14
15.11.2013

Stochastik für WiWi - Übungsblatt 4

Abgabe: 22. November vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Der Manager eines großen deutschen Konzerns hat stets in seiner linken Hosentasche 10 Krügerrand bei sich für den Champagnerautomaten vor seinem Büro. Für eine Flasche Champagner muss er 3 von den Goldmünzen in den Automaten werfen. Ein Krügerrand wiegt eine Unze. Nimm nun an, dass 4 der 10 Münzen gefälscht sind und nur 0.95 Unzen wiegen.

(a) Da der Manager gerade nichts besseres zu tun hat, möchte er eine Flasche Champagner aus dem Automaten holen. Dafür zieht er zufällig 3 Münzen aus seiner Tasche. Bestimme das erwartete Gewicht der Münzen.

(b) Um eine Flasche Champagner zu bekommen darf keine der drei Münzen die er einwirft gefälscht sein. Wie oft muss der Manager im Mittel in seine Tasche greifen damit er eine Flasche bekommt, wenn er nach jedem Ziehen die Münzen wieder in die Tasche zurücklegt?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Nachdem Markus seine 5 Kollegen zum essen in ein bekanntes Ulmer Sternelokal eingeladen hat, stellt er auf einmal fest, dass er die Rechnung mit seinem kargen Post-Doc Gehalt nicht bezahlen kann. Daraufhin schlägt einer der Kollegen vor Markus einzuladen und den Zufall darüber entscheiden zu lassen, wer bezahlen muss. Hierzu spielen die 5 Kollegen „odd man out“ dabei wirft jeder der fünf eine faire Münze und wer etwas anderes hat als alle anderen (der „odd man“), zahlt. (Werfen also 4 Personen „Kopf“ und eine Person „Zahl“, so zahlt der mit „Zahl“; haben umgekehrt 4 Personen „Zahl“ und eine Person „Kopf“, so zahlt die Person mit „Kopf“). Wenn es keinen „odd man“ gibt, wiederholen sie das Spiel. Bestimme die erwartete Anzahl an Spielen, bis man einen „odd man“ hat.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Betrachte 10^7 Personen, die Lotto (6 aus 49) spielen. Wir nehmen an, dass jede Person auf genau eine Kombination tippt, wobei alle Kombinationen gleichwahrscheinlich seien. Insbesondere, gibt es keine Lieblingsnummern. Außerdem seien die Tipps der verschiedenen Personen unabhängig voneinander. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Person 6 Richtige hat

(a) exakt.

(b) mit Hilfe der Poisson-Approximation.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Ein Basketballspieler trainiert Distanzwürfe. Er beschließt, so lange von einer Position aus zu werfen, bis er einmal getroffen hat. An seinem aktuellen Standort verfehlt er den Korb erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 %, unabhängig von den vorherigen Würfen.

(a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens 5 Versuche benötigt, bis der Ball zum ersten Mal durch das Netz fällt.

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindesetens acht Versuche benötigt, wenn die ersten drei Würfe bereits daneben gingen.

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Du willst die „Verdopplungsstrategie“ aus der Vorlesung ausprobieren und gehst in ein Casino. Erstaunt stellst Du fest, dass es beim Roulette ein Limit von 1024 Euro gibt, sodass man nicht beliebig verdoppeln kann. Andererseits hat die Spielbank einen Kessel ohne Null, sodass die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, wenn man auf „Rot“ oder „Schwarz“ setzt jeweils genau $1/2$ ist. Du beschliesst also wie folgt vorzugehen: Du setzt im ersten Spiel einen Euro. Gewinnst Du, so hörst Du auf, ansonsten setzt Du in der nächsten Runde das Doppelte. Dieses Vorgehen wiederholst Du so lange, bis Du entweder gewinnst, oder Du den Einsatz nicht mehr verdoppeln kannst, Du also 1024 Euro gesetzt hast und verloren hast. In diesem Fall steigst Du auch aus.

(a) Wie hoch ist der erwartete Gewinn bei dieser Strategie?

(b) Berechne Varianz und Standardabweichung des Gewinns.