Prof. Dr. Volker Schmidt
Björn Kriesche, M.Sc.

WS 2013/2014
24. 10. 2013

# **Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung** - Übungsblatt 2

Abgabe am 31. 10. **vor** Beginn der Übung

**Aufgabe 1** (5 Punkte)

$N$ Personen verlassen bei Ausbruch eines Feuers fluchtartig ein Fest und jeder schnappt sich in der Eile irgendeinen Mantel und irgendeinen Hut. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass niemand sowohl den eigenen Mantel als auch den eigenen Hut erwischt, d.h. dass jeder mindestens ein fremdes Kleidungsstück erwischt?
*Hinweise*:

- Verwende die Siebformel
- Man kann folgenden Grundraum betrachten: $\Omega = \{(\omega, \widetilde{\omega}) : \omega, \widetilde{\omega} \in \Omega_1\}$, wobei $\Omega_1 = \Big\{\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_N) : \omega_1, \ldots, \omega_N \in \{1, \ldots, N\} \text{ mit } \omega_i \neq \omega_j \text{ für } i \neq j\Big\}$.

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

Sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum. Beweise die folgende Bonferroni-Ungleichung: Für jedes $n \geq 1$ und jede Folge $A_1, ..., A_n \in \mathcal{F}$ gilt

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \geq \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - (n-1) = 1 - \sum_{i=1}^{n} P(A_i^c).$$

**Aufgabe 3** (1+1+1+1+1 Punkte)

Jeder neue Account für den Äppel-Store erhält eine rein zufällige, fünfstellige PIN (an jeder der fünf Stellen sind die Ziffern 1-9 möglich)

(a) Gib einen passenden Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ für dieses Zufallsexperiment an.

Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

(b) an der ersten Stelle der PIN eine 3 und an letzter Stelle keine ungerade Ziffer steht,

(c) genau zwei Ziffern gleich und alle anderen Ziffern voneinander verschieden sind,

(d) die Ziffern 8 und 9 je genau einmal vorkommen und die Ziffer 8 an letzter Stelle steht,

(e) die Ziffern 3 und 7 je genau einmal vorkommen und an erster Stelle eine gerade Ziffer steht.

**Aufgabe 4** (1+1+1+1+3 Punkte) Betrachte das gewöhnliche Zahlenlotto '6 aus 49'. Berechne die Wahrscheinlickeit dafür, dass

(a) du mit deinem Tipp null Richtige hast,

(b) keine gezogene Zahl die Ziffer 3 enthält,

(c) zwei gezogene Zahlen kleiner gleich 15 sind, zwei gezogene Zahlen größer gleich 16 und kleiner gleich 30 sind und zwei gezogenen Zahlen größer als 30 sind,

(d) 6 aufeinanderfolgende Zahlen gezogen werden.

(e) Wie oft muss man das Zahlenlotto '6 aus 49' mindestens spielen, damit man mit Wahrscheinlichkeit 0,5 mindestens einmal genau drei Richtige hat?

**Aufgabe 5** (3+2 Punkte)

(a) 15 Teilnehmer eines Turniers, von denen 6 als Favoriten eingestuft wurden, werden völlig zufällig in 3 Gruppen aufgeteilt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass jeder Gruppe maximal 2 Favoriten zugeteilt werden?

(b) Für ein Gremium sollen ein neuer Präsident, sowie ein Vizepräsident und ein stellvertretender Vizepräsident gewählt werden. Für alle drei Posten bewerben sich die gleichen 5 Personen (2 Männer und 3 Frauen). Es kann außerdem keine Person mehr als einen Posten besetzen. Die drei Posten werden nun rein zufällig vergeben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind sowohl der Vizepräsident als auch dessen Stellvertreter männlich?

Hinweise:

- Verwende folgende Identität in Aufgabe 4 e): $P$("man trifft in $k$ Spielen nie genau 3 Richtige") = $P$("man trifft in einem Spiel nicht genau 3 Richtige")$^k$.
- Berechne in Aufgabe 5 a) die gesuchte Wahrscheinlichkeit für jede Gruppe einzeln und multipliziere dann die einzelnen Ergebnisse.