

## Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung - Übungsblatt 3

Abgabe am 7. 11. vor Beginn der Übung

### Aufgabe 1 (3+3 Punkte)

Zwei Studenten wollen sich zwischen 12:00 und 13:00 Uhr vor der Mensa treffen. Die beiden kommen dabei innerhalb der angegebenen Stunde rein willkürlich an. Keiner ist jedoch bereit, länger als 15 Minuten auf den anderen zu warten. Um spätestens 13:00 Uhr gehen beide.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt es zu einem Treffen vor der Mensa?
- Wie lange müssten beide bereit sein aufeinander zu warten, damit die Wahrscheinlichkeit, dass sich beide treffen, mindestens 0,75 beträgt?

Hinweis: Beachte, dass beide Studenten zu jedem beliebigem Zeitpunkt innerhalb der Stunde auftauchen können, nicht nur zu vollen Minuten.

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Es werden zwei positive Zahlen  $x$  und  $y$ , die beide nicht größer als 2 sind, zufällig ausgewählt. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weder das Produkt  $xy$  den Wert 1, noch der Quotient  $y/x$  den Wert 2 übersteigt.

### Aufgabe 3 (1+2+2 Punkte)

Eine Firma stellt Computerchips in 3 verschiedenen Ländern her. Insgesamt werden 55% der Computerchips in Land  $X$ , 40% in Land  $Y$  und der Rest in Land  $Z$  gefertigt. Von den Fertigungsstätten werden diese Computerchips in ein Zentrallager gebracht. Dir sind folgende Informationen bekannt:

- ein im Land  $X$  produzierter Computerchip geht mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.02 beim Transport zum Zentrallager kaputt,
  - die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein beliebiger Chip in Land  $Y$  produziert wird **und** beim Transport kaputt geht, beträgt 0.016,
  - die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein beliebiger Chip in Land  $Z$  produziert wird **und** beim Transport kaputt geht, beträgt 0.004.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit geht ein in Land  $Y$  produzierter Chip beim Transport kaputt?
  - Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig aus dem Zentrallager ausgewählter Computerchip beim Transport kaputt gegangen?
  - Aus dem Zentrallager wird ein Computerchip (zufällig) ausgewählt, von dem sich herausstellt, dass er beim Transport kaputt gegangen ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde der Chip in Land  $Z$  produziert?

**Aufgabe 4** (5 Punkte)

Du hast die Chance in der Spielshow 'Let's make a deal' ein Auto zu gewinnen. Dazu sind auf der Bühne vier Tore mit den Nummern 1,2,3 und 4 aufgebaut. Hinter genau einem, vom Moderator rein zufällig ausgewähltem Tor befindet sich das Auto, hinter den anderen drei Toren befindet sich jeweils nur eine Topfpflanze. Du wählst nun ein Tor rein zufällig aus, dieses bleibt aber vorerst geschlossen. Der Moderator, der ja weiß wo das Auto steht, öffnet daraufhin zwei der drei verbleibenden Tore und es erscheinen zwei Topfpflanzen. Du hast nun die Möglichkeit bei deiner ursprünglichen Wahl zu bleiben oder zu dem anderen verbleibenden geschlossenen Tor zu wechseln.

Welche Strategie solltest du verfolgen, um mit möglichst großer Wahrscheinlichkeit das Auto zu gewinnen? Löse die Aufgabe mit Hilfe bedingter Wahrscheinlichkeiten.

**Aufgabe 5** (4+3 Punkte)

Gegeben sei ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ .

- (a) Sei  $B \in \mathcal{F}$  mit  $P(B) > 0$ . Sei weiter  $Q : \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch  $Q(A) = P(A|B)$  für alle  $A \in \mathcal{F}$ . Zeige, dass  $Q$  ein Wahrscheinlichkeitsmaß über  $(\Omega, \mathcal{F})$  ist.  
Sei weiter  $C \in \mathcal{F}$  mit  $Q(C) > 0$ . Zeige, dass  $Q(A|C) = P(A|B \cap C)$  für alle  $A \in \mathcal{F}$ .
- (b) Zeige, dass es keine Ereignisse  $A, B \in \mathcal{F}$  gibt, sodass  $P(B) \in (0, 1)$ ,  $P(A|B) = P(A)$  und  $P(A \cap B) = P(A \cup B)$ .