

Statistische Methoden der Risikothorie

Übungsblatt 4

Abgabe: 14. November 2014

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es gelte das Bühlmann-Straub-Modell, wobei $\tau = 1$, $\mu_0 = 2$ und $\sigma_{i,t} = 1$ für $i = 1, 2, 3$ und $t = 1, 2, 3$. In der folgenden Tabelle sind für die letzten drei Jahre die Anzahl der Unfälle von drei Fahrern gegeben.

Fahrer/Jahre	Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3
Fahrer 1	1	0	1
Fahrer 2	2	2	1
Fahrer 3	3	1	2

Schätze für jeden Fahrer mit Hilfe der beiden (homogen und inhomogen) Bühlmann-Straub-Schätzer die erwartete Anzahl der Unfälle pro Jahr.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Es gelte das Bühlmann-Straub-Modell. Berechne die mittlere quadratische Abweichung des Schätzers $\widehat{\widehat{\mu(\theta_i)}}$ vom wahren Wert $\mu(\tilde{\theta}_i)$.

Aufgabe 3 (9 Punkte)

Es gelte das Bühlmann-Straub-Modell.

(a) Zeige, dass $\mathbb{E} \left[\left(\widehat{\widehat{\mu(\theta_i)}^{hom}} - \widehat{\widehat{\mu(\theta_i)}} \right) \left(\widehat{\widehat{\mu(\theta_i)}} - \mu(\tilde{\theta}_i) \right) \right] = 0$.

(b) Berechne die mittlere quadratische Abweichung des Schätzers $\widehat{\widehat{\mu(\theta_i)}^{hom}}$ vom wahren Wert $\mu(\tilde{\theta}_i)$.

Hinweis zu (a): Definiere für $i = 1, \dots, I$ eine Funktion $f_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{L}(X, 1)$ mit $f(0) = \widehat{\widehat{\mu(\theta_i)}}$.