

Statistische Methoden der Risikotheorie

Übungsblatt 6

Abgabe: 28. November 2014
Hinweis: R-Code mit abgeben!

Aufgabe 1 (9 Punkte)

Gegeben sei eine Stichprobe von unabhängigen und exponentialverteilten Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n mit Erwartungswert $1/\lambda$, $\lambda > 0$.

- (a) Zeige, dass $\min\{X_1, \dots, X_n\} \sim \text{Exp}(n\lambda)$. Verwende dies um einen Test für

$$H_0 : \lambda = \lambda_0 \text{ vs. } H_1 : \lambda \neq \lambda_0$$

zum Signifikanzniveau $\alpha \in (0, 1)$ zu konstruieren. Berechne die Gütefunktion.

- (b) Verwende (ohne Beweis), dass $X_1 + \dots + X_n \sim \Gamma(\lambda, n)$ um einen anderen Test für das gleiche Problem zu konstruieren. Berechne die Gütefunktion.
- (c) Zeichne beide Gütefunktionen für $\alpha = 0.05$, $n = 3$ und $\lambda = 1$ in ein gemeinsames Diagramm unter Verwendung von R.
- (d) Berechne die p -Werte für die Stichproben $(0.01, 1.3, 2.1)$ und $(0.1, 0.18, 0.14)$ mit $\lambda_0 = 1$.
- (e) Welchen Test würdest du bevorzugen?

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Gib alle Zahlen von 1 bis 1000 aus, die nicht durch 3 teilbar sind.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

- (a) Erstelle eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \exp(-|x|)$.
- (b) Simuliere 10000 standardnormalverteilte Zufallsvariablen und wende die Funktion f auf sie an. Gib den geschätzten Mittelwert und die geschätzte Varianz der resultierenden Werte aus.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Visualisiere die Dichte der Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 1/2$. Plote auf der Abszissenachse zusätzlich 20 Realisierungen dieser Verteilung. Versieh die Grafik mit einem passenden Titel und beschrifte die Achsen.