Dr. Patricia Alonso-Ruiz
Dipl.-Math. Stefan Roth

WS 2014/15
05.12.2013

Stochastik für WiWi - Übungsblatt 8

Abgabe: 12. Dezember vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (3 + 3 Punkte)

Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängige, auf $\{1, \dots, k\}$ gleichverteilte Zufallsvariablen, $k, n \in \mathbb{N}$.

(a) Bestimme die Verteilung der Zufallsvariablen $M := \max\{X_1, \dots, X_n\}$.
Hinweis: Bestimme zunächst $P(M \leq j)$, für $j = 1, \dots, k$.

(b) Bestimme $\mathbb{E}M$ für die Werte $k = 5$ und $n = 3$.

Aufgabe 2 (3 + 2 Punkte)

Betrachte erneut das Taxiproblem aus der Vorlesung. Sei $X_1, \dots, X_n$ eine Zufallsstichprobe zur Verteilung F_N, der Gleichverteilung auf den Zahlen $1, \dots, N$. Betrachte die Schätzer $T_n(X_1, \dots, X_n) := \max\{X_1, \dots, X_n\}$.

(a) Zeige, dass die Folge T_n schwach konsistent ist für N.
Hinweis: Verwende dafür die Verteilung des Maximums aus Aufgabe 1.

(b) Ist T_n ein erwartungstreuer Schätzer für N? (Die Antwort ist zu begründen!)

Aufgabe 3 (2 + 4 Punkte)*

Seien $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A_1 = \{1, 2, 3, 4\}$ und $A_2 = \{3, 4, 5\}$.

(a) Bestimme $\sigma(A_1, A_2)$.

(b) Wir betrachten den Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$, wobei $\Sigma = \sigma(A_1, A_2)$ ist. Sind die folgenden Abbildungen X und Y Zufallsvariablen? (Eine Antwort ist zu begründen!)

(i) $X : \Omega \to \mathbb{R}$, $X(\omega) = \omega$

(ii) $Y : \Omega \to \mathbb{R}$,

$$Y(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \omega \in \{3, 4, 5\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 4 (**Wiederholungsaufgabe**, 5 Punkte)

Sei (X, Y) ein diskreter Zufallsvektor dessen Zähldichte gegeben ist durch

Y	$X = -1$	5	10
2	0.1	0.1	0.3
3	0.2	0.1	0.2

Berechne $\mathsf{Cov}(X, Y)$ und entscheide, ob X und Y unabhängig sind.

*Bezieht sich auf Stoff der Vorlesungen am 9. und 10. Dezember.