Dr. Patricia Alonso-Ruiz
Dipl.-Math. Stefan Roth

WS 2014/15
23.01.2014

Stochastik für WiWi - Übungsblatt 12

Abgabe: 30. Januar vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (2 + 2 + 2 Punkte)

Zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ soll getestet werden, ob sich die Reisezeit zwischen Berlin und Ulm mit dem Auto von der Fahrzeit der Bahn signifikant unterscheidet. Es liegen die Daten von 16 Fahrten mit dem Auto vor, die mittlere Dauer beträgt 6 Stunden, mit einer Stichprobenstandardabweichung von 2.3. Idealisierend gehen wir davon aus, dass die Fahrzeit des ICE von Berlin nach Ulm immer 6 Stunden und 33 Minuten beträgt (also 6.55h) und dass die Dauer der Autofahrt $\mathsf{N}(\mu, \sigma^2)$-verteilt ist.

(a) Teste ob es einen signifikanten Unterschied zwischen den Fahrzeiten gibt. Bestimme dazu den kritischen Bereich und die Testgröße aus der Vorlesung.

(b) Teste ob das Auto schneller ist als der ICE. Bestimme den kritischen Bereich, achte dabei auf die richtige Wahl der Hypothesen.

(c) Wie lange müsste die Zugfahrt dauern, damit die Autofahrt signifikant schneller ist?

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Ein namhafter Hersteller von hochwertigen Rennradkomponenten möchte die Toleranzwerte seiner Karbonrahmen überprüfen. Nach Angabe des Herstellers wiegt ein Rahmen 1100g. Das Gewicht genüge einer $\mathsf{N}(\mu, \sigma^2)$-Verteilung. Das folgende Tableau zeigt die Gewichtswerte einer Stichprobe von 15 zufällig entnommenen Karbonrahmen.

1077.87	1180.06	1155.55	1129.22	1099.45
1207.76	1091.75	1127.34	1080.02	971.82
1131.33	1145.74	1088.12	1103.43	1101.78

Teste zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ ob das erwartete Gewicht μ die vom Hersteller angegebenen 1100g um mehr als 5% übersteigt, falls

(a) $\sigma^2 = 2500$

(b) σ^2 unbekannt ist

Teste in beiden Fällen auch ob das erwartete Gewicht die Herstellerangabe um mehr als 5% unterschreitet. Achte auf die korrekte Wahl der Hypothesen! Teste schließlich noch die Hypothese $H_0: \ \sigma^2 > 2500$ gegen die Alternative $H_1: \ \sigma^2 \leq 2500$ (bei unbekanntem Erwartungswert).

Aufgabe 3 (**4 Bonuspunkte**)

Das folgende Tableau zeigt jeweils das Verhältnis aus dem Aktienwert des angegebenen Jahres zum Aktienwert des Vorjahres der „Spiel- und Spaßautomaten AG“ (Jahre 2000-2014).

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1.43	1.01	1.1	0.96	0.99	0.94	0.86	0.76	1.06	1.18	1.41	0.8	1.04	1.24	1.28

Nimm an, dass die Daten in der Tabelle Realisierungen von unabhängigen und identisch $\mathsf{LN}(\mu, \sigma^2)^*$-verteilten Zufallsvariablen sind.

(a) Wie nennt man das Verhältnis das in der zweiten Zeile der Tabelle dargestellt wird?

(b) Du überlegst dir in Aktien der „Spiel- und Spaßautomaten AG“ zu investieren, falls die mittlere Rendite mindestens 10 % beträgt, d.h. falls

$$e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \geq 1.1$$

gilt. Teste aufgrund der vorliegenden Daten zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ ob diese Hypothese zutreffend ist, falls $\sigma^2 = 0.054$ ist.

---

*Eine Zufallsvariable X ist logarithmisch normalverteilt (Schreibweise: $X \sim \mathsf{LN}(\mu, \sigma^2)$), falls $X = e^Y$ mit einer Zufallsvariablen $Y \sim \mathsf{N}(\mu, \sigma^2)$, d.h. der Logarithmus von X ist normalverteilt.