



Stochastik für WiWi - Übungsblatt 3

Abgabe: 7. November vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Über den Wert von drei Aktien sei folgendes bekannt: Alle kosten zum jetzigen Zeitpunkt einen Euro. Der Wert von Aktie 1 steigt mit Wahrscheinlichkeit 0,61 in einem Jahr auf 1,50 Euro und fällt auf 0,50 Euro mit Wahrscheinlichkeit 0,39. Aktie 2 steigt im selben Zeitraum mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,24 auf 1,60 Euro und fällt mit Wahrscheinlichkeit 0,76 auf 0,40 Euro. Aktie 3 ist mit Wahrscheinlichkeit 0,45 in einem Jahr 1,70 Euro Wert und mit Wahrscheinlichkeit 0,55 noch 0,30 Euro. Du wählst zufällig zwei der drei Aktien aus und kaufst je eine zum aktuellen Preis von 1 Euro.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit macht dein ausgewähltes Portfolio nach einem Jahr einen Gewinn?
- Wenn du weißt, dass du Gewinn gemacht hast, mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht dein Portfolio aus Aktie 1 und Aktie 2?

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Betrachte folgendes Experiment: Zunächst werden zwei faire Würfel geworfen. Ist die Augensumme gerade, so werden anschließend ebensoviele Münzen geworfen (ist z.B. die Augensumme vier, so werden anschließend vier Münzen geworfen, etc.). Ist die Augensumme ungerade, so wird lediglich eine Münze geworfen. Berechne die erwartete Anzahl der Münzwürfe die Kopf zeigen.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Bei der Spielshow "Rette die Million" bekommst du zu Anfang den Betrag von einer Million Euro in 40 Bündeln zu je 25 000 Euro. Ziel des Spiels ist es möglichst viel davon über acht Fragen zu retten. Bei den ersten vier Fragen gibt es je vier, bei den folgenden drei noch drei und bei der letzten noch zwei Antwortmöglichkeiten. Bei jeder Frage müssen die Bündel auf die Antworten aufgeteilt werden, wobei bei jeder Frage jeweils eine Antwort frei bleiben muss. Bei den falschen Antworten öffnet sich eine Falltür in der das gesetzte Geld verschwindet. Mit dem verbleibenden Betrag kann die nächste Frage gespielt werden. Dabei muss bei jeder Frage der komplette noch übrige Betrag gesetzt werden. Du beantwortest alle Fragen zufällig.

- Wie groß ist der erwartete Gewinn, wenn du bei jeder Frage die ganze Million auf je eine Antwort setzt?
- Nachdem dir der zu erwartende Gewinn in Aufgabe (a) zu gering ist entscheidest du dich für eine andere Strategie: Du setzt bei jeder Frage jeweils 100 000 Euro auf eine und den Rest auf eine andere Antwort (abgesehen von der letzten Frage, bei der es ja nur noch zwei Antworten gibt). Wie groß ist der erwartete Gewinn, wenn du davon ausgehst, dass du bei den ersten vier Fragen jeweils zwei Antwortmöglichkeiten ausschließen kannst?

Aufgabe 4 (6 Punkte)

An der Haltestelle „Multerschule“ fahren abwechselnd Busse der Linien 3 und 5 zur Universität ab. Zu den Stoßzeiten sind die Busse jedoch so voll, dass nicht alle tatsächlich halten. Es sei bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bus der Linie 3 an der Haltestelle Multerschule hält $1/3$ ist, während die Wahrscheinlichkeit bei der Linie 5 eine Konstante $p \in (0, 1)$ ist.

Du kommst an der Haltestelle Multerschule an und beschließt, den nächsten Bus der an der Haltestelle anhält zur Uni zu nehmen. Laut Fahrplan ist der nächste Bus ein Bus der Linie 3.

- Bestimme für $k \in \mathbb{N}$ die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A_k : „Der k -te ankommende Bus ist der erste, der anhält“. Hinweis: Unterscheide die Fälle, dass $k = 2l$ gerade ist und dass $k = 2l - 1$ ungerade ist.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommst Du mit einem Bus der Linie 5 an der Uni an?
- Für welchen Wert von p ist es gleich wahrscheinlich, mit der Linie 3 und er Linie 5 an der Uni anzukommen.