

Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Übungsblatt 3

Abgabe am 06.11.2014 vor Beginn der Übung

Sei (Ω, Σ, P) stets ein Wahrscheinlichkeitsraum.

1. (4 Punkte) Sei $B \in \Sigma$, sodass $P(B) > 0$ gilt. Ferner sei $\mu_B : \Sigma \rightarrow [0, 1]$, durch

$$\mu_B(A) := P(A|B), \quad A \in \Sigma \tag{1}$$

definiert. Zeigen Sie, dass (Ω, Σ, μ_B) ein Wahrscheinlichkeitsraum ist.

2. Es werden 2 positive reelle Zahlen x und y , welche beide nicht größer als 2 seien sollen, auf gut Glück, gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Zahlen größer als 1 ist. Berechnen Sie ferner die Wahrscheinlichkeit, dass $x^2 + y^2 < 1$ gilt.

3. (4 Punkte) Seien $A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_m \in \Sigma$, wobei $n, m \in \mathbb{N}$. Ferner sei A_i unabhängig zu B_j für alle $i \in \{1, \dots, n\}$, $j \in \{1, \dots, m\}$ mit $i \neq j$. Zeigen oder Widerlegen Sie, dass auch beliebige $A \in \sigma(A_1, \dots, A_n)$ und $B \in \sigma(B_1, \dots, B_m)$ zueinander unabhängig sind. Hierbei bezeichne $\sigma(A_1, \dots, A_n)$, bzw. $\sigma(B_1, \dots, B_m)$, die kleinste σ -Algebra, welche A_1, \dots, A_n , bzw. B_1, \dots, B_m , enthält.

4. In einer Kiste befinden sich 50 gleichartige Radios, von denen 5 kaputt sind. Nun werden aus dieser Kiste zufällig 10 Radios ausgewählt. Berechnen Sie die nachfolgenden Wahrscheinlichkeiten.

- i) Keines der Radios ist kaputt.
- ii) Höchstens 1 Radio ist kaputt.
- iii) Mehr als eines der Radios ist kaputt.

5. Im Weinkeller eines Restaurants befinden sich im Verhältnis 5:3:2 trockener, halbtrockener und lieblicher Wein. Ferner sei bekannt, dass $\frac{1}{5}$ des trockenen Weines, bzw. $\frac{1}{3}$ des halbtrockenen Weines, bzw. $\frac{1}{4}$ des lieblichen Weines, Weißwein ist. Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten.

- i) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Weinflasche eine Weißweinflasche ist.
- ii) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Weißweinflasche ein trockener Weißwein ist.