Dr. Jürgen Kampf
Dipl.-Math. Stefan Roth

WS 2015/16
20.11.2015

Stochastik für WiWi - Übungsblatt 6

Abgabe: 27. November vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Betrachte erneut das Experiment in Aufgabe 3 von Blatt 4: Zunächst wird ein fairer Würfel geworfen. Anschließend werden ebensoviele Münzen geworfen, wie der Würfel anzeigt. Berechne die erwartete Anzahl der Münzwürfe die „Kopf“ zeigen.

Aufgabe 2 (3 + 3 + 5 Punkte)

Es sei $X : \Omega \to \mathbb{R}$ eine Zufallsvariable mit Wertebereich $X(\Omega)$. Sei weiterhin $Y = g(X)$. Bestimme in den folgenden Fällen $\mathbb{E}Y$ und $\mathsf{Var}Y$:

(a) $X(\Omega) = \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi, \dots, 4\pi\} = \{k\pi/2,\ k = 0, \dots, 8\}$ und X ist gleichverteilt[1], $g(x) = \sin(x)$.

(b) $X(\Omega) = \{0, 1, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}$ und $X \sim Bin(n, p)$, $p \in (0, 1)$, $g(x) = 2^x$.

(c) $X(\Omega) = \mathbb{N}_0$ und $X \sim Pois(\lambda)$, $\lambda > 0$, $g(x) = e^{2x}$. Beachte Fußnote[2].

Aufgabe 3 (2 + 2 Punkte)

Betrachte 10^7 Personen, die Lotto (6 aus 49) spielen. Wir nehmen an, dass jede Person auf genau eine Kombination tippt, wobei alle Kombinationen gleichwahrscheinlich seien. Insbesondere, gibt es keine Lieblingsnummern. Außerdem seien die Tipps der verschiedenen Personen unabhängig voneinander. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Person 6 Richtige hat

(a) exakt.

(b) mit Hilfe der Poisson-Approximation.

Aufgabe 4 (3 + 3 Punkte)

Du gehst ins Casino um Roulette zu spielen und stellst fest, dass es dort ein Limit von 1024 Euro gibt. Andererseits hat die Spielbank einen Kessel ohne Null, sodass die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, wenn man auf „Rot“ oder „Schwarz“ setzt jeweils genau 1/2 ist. Du beschliesst wie folgt vorzugehen: Im ersten Spiel setzt du einen Euro auf „Rot“. Gewinnst[3] Du, so hörst Du auf, ansonsten setzt Du in der nächsten Runde das Doppelte. Dieses Vorgehen wiederholst Du so lange, bis Du entweder gewinnst, oder Du den Einsatz nicht mehr verdoppeln kannst, Du also 1024 Euro gesetzt hast und verloren hast. In diesem Fall steigst Du auch aus.

(a) Wie hoch ist der erwartete Gewinn bei dieser Strategie?

(b) Berechne Varianz und Standardabweichung des Gewinns.

---

[1] d.h. X nimmt alle Werte in $X(\Omega)$ mit der gleichen Wahrscheinlichkeit an.

[2] Hinweis: Verwende $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$, $x \in \mathbb{R}$.

[3] als Gewinn erhälst du das doppelte deines Einsatzes