



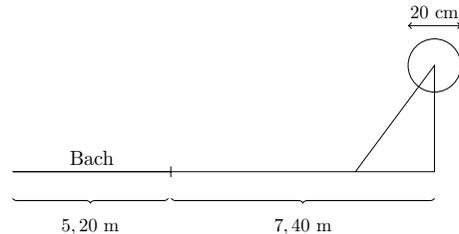
Stochastik für WiWi - Übungsblatt 13

Abgabe: 29. Januar vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

Zu Forschungszwecken wurde ein mittelalterliches Katapult nachgebaut. Es steht 7,40m vom Ufer eines Baches entfernt, der 5,20m breit ist. Die Munition besteht aus Steinkugeln, die einen Durchmesser von 20cm aufweisen. Nach einigen Probeschüssen wurde die Theorie aufgestellt, dass die Schussweite normalverteilt ist, im Mittel 10m beträgt und eine Standardabweichung von 5m hat.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine geschossene Kugel in vollem Umfang im Bach landet?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kugel über den Bach geschossen wird und (zumindest teilweise) am gegenüberliegenden Ufer aufschlägt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schuss nach hinten los geht (d.h., dass die Kugel nicht zum Bach, sondern in die entgegengesetzte Richtung fliegt)?
- Elf Meter hinter dem Katapult befindet sich ein geparkter Wagen. Ist es ausgeschlossen, dass eine Kugel den Wagen beschädigt? Begründe deine Antwort.



Aufgabe 2 (5 Punkte)

Sei (X, Y) ein Zufallsvektor mit der gemeinsamen Dichte f gegeben durch

$$f(x, y) = \frac{12}{(1 + x + y)^5}, \quad x, y \geq 0.$$

Berechne $\text{Cov}(X, Y)$ und entscheide, ob X und Y unabhängig sind.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Sei (X, Y) ein Zufallsvektor mit gemeinsamer Dichte f gegeben durch

$$f(x, y) = \frac{1}{\pi} \mathbb{1}_K(x, y),$$

wobei $K := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ die Kreisscheibe um den Punkt $(0, 0)$ mit Radius 1 sei. Berechne $\text{Cov}(X, Y)$ und entscheide, ob X und Y unabhängig sind.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Jürgen und Stefan wollen sich um 19:00 Uhr in der Stadt treffen. Beide kommen zufällig ("gleichverteilt") zwischen 18:55 Uhr und 19:05 Uhr am vereinbarten Treffpunkt unabhängig voneinander an. Sie beschließen, dass der erste der ankommt genau zwei Minuten auf den anderen wartet und danach einfach geht, falls der andere noch nicht da ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die beiden treffen (am vereinbarten Treffpunkt)?

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Ein Saatguthersteller verkauft sein Saatgut in Päckchen zu je 50 Körnern. Jedes Korn keimt dabei mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.99 unabhängig von den anderen Körnern. Der Hersteller verspricht, Päckchen kostenlos umzutauschen, falls 3 oder mehr der enthaltenen Körner nicht keimen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Hersteller mindestens 70 der 4000 zuletzt verkauften Päckchen umtauschen muss? (Verwende den zentralen Grenzwertsatz)