



## Angewandte Stochastik 2 - Übungsblatt 9

Besprechung: 19. Dezember im R-Tutorium.

### Aufgabe 1 (6 Punkte)

Was passiert in folgendem Programm? Erkläre die einzelnen Funktionen sowie das Ergebnis.

```
1 density = function(x, lambda){
2   if(x<0){
3     return(0)
4   }
5   return(lambda*exp(-lambda*x))
6 }
7
8 mle = function(sample, func, theta){
9   res = 1
10  for(i in 1:length(sample)){
11    res = res * func(sample[i], theta)
12  }
13  return(res)
14 }
15
16 sample=c(0.4, 0.5, 1, 4.3, 4.1, 0.5, 0.7, 0.8)
17
18 opt = function(theta){
19   return(mle(sample, density, theta))
20 }
21
22 optimize(f=opt, interval=c(0, 10), maximum=T)
```

### Aufgabe 2 (2 + 2 + 2 Punkte)

Gegeben sei eine i.i.d. Stichprobe zur Normalverteilung mit Parametern  $\mu$  und  $\sigma^2$ . Implementiere in **R** die Konfidenzintervalle aus der Vorlesung, d.h. schreibe je ein Programm, welches obere und untere Intervallgrenze des Konfidenzintervalls für  $\mu$  bei bekannter und unbekannter Varianz ausgibt, sowie selbiges für die Varianz leistet (bei unbekanntem Erwartungswert). Die Eingabeparameter der drei Funktionen sollen dabei wie folgt aussehen:

- (i) `sample, sigma, alpha`, für  $\mu$  bei bekannter Varianz
- (ii) `sample, alpha`, für  $\mu$  bei unbekannter Varianz
- (iii) `sample, alpha`, für  $\sigma^2$  (bei unbekanntem Erwartungswert)

### Aufgabe 3 (2 + 5 Punkte)

In dieser Aufgabe untersuchen wir die Auswirkung der Varianz und des Stichprobenumfangs auf das Konfidenzintervall für den Mittelwert einer Normalverteilung.

- (a) Simuliere je  $n$  Realisierungen einer Zufallsvariablen  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  für  $n \in \{10, 100, 1000\}$ ,  $\sigma^2 \in \{1, 10, 100\}$  und  $\mu = 5$ , d.h. 9 verschiedene Stichproben und berechne für jede dieser Stichproben den oberen und unteren Endpunkt des 95%-Konfidenzintervalls für  $\mu$  mithilfe von Aufgabe 2 (bei bekannter Varianz).
- (b) Erstelle einen Plot, in dem die x-Achse mit den Parameterpaaren  $(n, \sigma^2)$  beschriftet ist und für jede der 9 Parameterkombinationen der obere und untere Endpunkt des Konfidenzintervalls aufgetragen wird. Zeichne außerdem zusätzlich zu den vertikalen Konfidenzintervallen eine horizontale Linie für den wahren Wert  $\mu = 5$  ein.

*Hinweis:* Für Teil (b) ist der Grafikparameter `xaxt` und der Befehl `axis()` nützlich.