



7. Übungsblatt
Abgabe: 17. Februar, 12:15

Aufgabe 1: Intensitäten von normalen Mosaiken
(2+3+1=6 Punkte)

Sei X ein stationäres normales zufälliges Mosaik mit $\gamma^{(1)} < \infty$.

a) Zeige

$$2\gamma^{(0)} = (n_{20} - 2)\gamma^{(2)}.$$

b) Zeige

$$3\gamma^{(0)} = n_{20}\gamma^{(2)}.$$

c) Zeige

$$n_{20} = 6 \quad \text{und} \quad \gamma^{(0)} = 2\gamma^{(2)}.$$

Aufgabe 2: Rotationsinvarianz von Poisson-Voronoi-Mosaiken
(4 Punkte)

Sei X ein Voronoi-Mosaik, das von einem stationären Poissonprozess induziert wird. Zeige:

$$X \stackrel{d}{=} \vartheta X, \quad \vartheta \in O(d),$$

wobei $O(d)$ die orthogonale Gruppe des \mathbb{R}^d ist und $\vartheta X := \{\vartheta(x) \mid x \in X\}$ realisierungsweise. Man sagt, stationäre Poisson-Voronoi-Mosaik seien isotrop.

Aufgabe 3: Zufällige Mosaik mit \mathbb{R}
(5+3=8 Punkte)

Sei X ein stationäres Poisson-Voronoi-Mosaik in \mathbb{R}^2 .

a) Plote Histogramme, die die Dichte des Flächeninhalts der typischen Zelle und der Nullzelle von X approximieren.

b) Plote eine Realisierung von der zweiten Iteration $J_2(X)$.