



**7. Übungsblatt**  
**Abgabe: 17. Februar, 12:15**

**Aufgabe 1: Intensitäten von normalen Mosaiken**  
**(2+3+1=6 Punkte)**

Sei  $X$  ein stationäres normales zufälliges Mosaik mit  $\gamma^{(1)} < \infty$ .

a) Zeige

$$2\gamma^{(0)} = (n_{20} - 2)\gamma^{(2)}.$$

b) Zeige

$$3\gamma^{(0)} = n_{20}\gamma^{(2)}.$$

c) Zeige

$$n_{20} = 6 \quad \text{und} \quad \gamma^{(0)} = 2\gamma^{(2)}.$$

**Aufgabe 2: Rotationsinvarianz von Poisson-Voronoi-Mosaiken**  
**(4 Punkte)**

Sei  $X$  ein Voronoi-Mosaik, das von einem stationären Poissonprozess induziert wird. Zeige:

$$X \stackrel{d}{=} \vartheta X, \quad \vartheta \in O(d),$$

wobei  $O(d)$  die orthogonale Gruppe des  $\mathbb{R}^d$  ist und  $\vartheta X := \{\vartheta(x) \mid x \in X\}$  realisierungsweise. Man sagt, stationäre Poisson-Voronoi-Mosaik seien isotrop.

**Aufgabe 3: Zufällige Mosaik mit  $\mathbb{R}$**   
**(5+3=8 Punkte)**

Sei  $X$  ein stationäres Poisson-Voronoi-Mosaik in  $\mathbb{R}^2$ .

a) Plote Histogramme, die die Dichte des Flächeninhalts der typischen Zelle und der Nullzelle von  $X$  approximieren.

b) Plote eine Realisierung von der zweiten Iteration  $J_2(X)$ .