Dr. Kirsten Schorning
Dipl.-Math. Stefan Roth

WS 2016/17
11. Januar 2017

Stochastik für WiWi - Übungsblatt 11

Abgabe: 20. Januar vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (1 + 1 + 2 + 1 Punkte)

Ein Aktienfond hat eine erwartete Jahresrendite von 7.5%, wobei die Standardabweichung ebenfalls 7.5% beträgt. Es wird davon ausgegangen, dass die Jahresrendite normalverteilt ist.

(a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Jahresrendite mehr als 10% beträgt.

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt es zu einer negativen Jahresrendite?

(c) Welche Mindestrendite ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 70% zu erwarten?

(d) Eine andere risikolose Anlagemöglichkeit bringt eine Jahresrendite von 2%. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Rendite beim Aktienfond höher als bei dieser Anlage?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die mittlere Lebensdauer der Energiesparlampen einer bestimmten Marke beträgt 2000 Stunden mit einer Standardabweichung von 200 Stunden. Du kaufst für dein Wohnzimmer 20 Stück dieser Lampen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit[1] mindestens, dass die Gesamtlebensdauer aller Lampen zwischen 35000 und 45000 Stunden liegt, wenn man davon ausgeht, dass die Lebensdauern der gekauften Glühlampen unabhängig sind.

Aufgabe 3 (2 + 5 + 3 Punkte)

Für $\alpha \geq 0$ sei $\rho_\alpha : \mathbb{R}^2 \to [0, \infty]$ gegeben durch $\rho_\alpha(x_1, x_2) = (\alpha + 1)(2\alpha + 1)(x_1 - x_2)^{2\alpha}\mathbb{1}_{(0,1)^2}(x_1, x_2)$, $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$.

(a) Zeige, dass es sich bei ρ_α um eine Wahrscheinlichkeitsdichte handelt.

(b) Es sei nun (X_1, X_2) ein Zufallsvektor mit Dichte ρ_α. Bestimme $\alpha \geq 0$ so, dass $\mathrm{Var}(X_1) = 1/12$.

(c) Sei nun α wie in (b). Bestimme $\mathrm{Cov}(X_1, X_2)$. Sind X_1 und X_2 unabhängig?

Aufgabe 4 (2 + 3 Punkte)

Im Folgenden seien stets X_1 und X_2 unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen. Bestimme[2] jeweils die Zähldichte von $X_1 + X_2$, falls

(a) $X_1 \sim \mathrm{Geo}(p)$, $p \in (0, 1)$.

(b) $X_1 \sim \mathrm{Poi}(\lambda)$, $\lambda > 0$.

[1] Verwende die Tschebyscheff-Ungleichung.
[2] Hinweis zu Teil (b): Es gilt $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$, $n \in \mathbb{N}_0$.