Prof. Dr. Volker Schmidt
Dipl.-Math. Gerd Gaiselmann

SS 2012
03. 05. 2012

Übungen zu Wirtschaftsstatistik - Blatt 2

Abgabe am 17. 05. vor Beginn der Übung

Aufgabe 1 (2+4+4 Punkte)
Wir betrachten die Stichprobe $(x_1, \ldots, x_n)$. Desweiteren bezeichnet $\bar{x}_n$ das arithmetische Mittel und x_{med} den Median der Stichprobe $(x_1, \ldots, x_n)$. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen gelten:

- $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n) = 0$,
- $e(\bar{x}_n; x_1, \ldots, x_n) = \min_{z\in\mathbb{R}} e(z; x_1, \ldots, x_n)$, wobei $e(z; x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^n (x_i - z)^2$,
- $e'(x_{med}; x_1, \ldots, x_n) = \min_{z\in\mathbb{R}} e'(z; x_1, \ldots, x_n)$, wobei $e'(z; x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^n |x_i - z|$.

Aufgabe 2 (2+3 Punkte)
Es seien folgende Messwerte gegeben:

$$113, 84, 87, 91, 109, 98, 101, 94, 106, 99$$

(a) Berechnen Sie (ohne R zu benutzen) die Quantile zu den Niveaus $p_1 = 0.2$, $p_2 = 0.75$ und $p_3 = 0.95$. (3)

(b) Zusätzlich zu obigen Messwerten kommen noch die Werte 75 und 80 dazu. Berechnen Sie für die aktualisierte Stichprobe erneut die Quantile zu den Niveaus $p_1 = 0.2$, $p_2 = 0.75$ und $p_3 = 0.95$. Interpretieren Sie das Ergebnis. (3)

Aufgabe 3 (3+3 Punkte)
Um die Klimaanlage zu überprüfen wurde in einer Firma an 20 Arbeitstagen je dreimal die Temperatur gemessen (Datensatz **temperatur.txt** vgl. Website der Vorlesung). Der Sollwert liegt bei 21 Grad. Entscheiden Sie anhand des Quantilplots, welche Verteilung die Temperatur am besten annähert, wobei folgende Möglichkeiten in Frage kommen:

- $X \sim \mathrm{Exp}(0.05)$,
- $X \sim \mathrm{U}(20, 22)$,
- $X \sim \mathrm{N}(21, 1)$,
- $X \sim \mathrm{Wei}(1, 1/21)$ (siehe Anmerkung).

(a) Berechnen Sie die Quantilfunktionen dieser Verteilung analytisch (außer bei der Normalverteilung - hier können Sie in der (b) `qnorm()` verwenden).

(b) Erstellen Sie für die 4 Verteilungen jeweils Quantilplots mit den Temperatur-Daten. Hier können Sie mit `plot()` arbeiten. Mit `abline(0,1)` können Sie noch die Diagonale einzeichnen. Welche Verteilung passt visuell am besten zu den Daten?

Anmerkung: Die Weibullverteilung wird oft für Ausfallwahrscheinlichkeiten von technischen Geräten oder Ähnlichem verwendet. Die Verteilungsfunktion einer $\mathrm{Wei}(r, c)$-verteilten Zufallsvariable ist gegeben durch:

$$F(x) = 1 - e^{-cx^r}.$$