Prof. Dr. W. Balser
Ole Stenzel

WiSe 2009/10
Gesamt: 18 Punkte

Übungen zu Höhere Mathematik III für Elektrotechniker

Blatt 1

Abgabe: 19. 10. 2009 vor den Übungen

Aufgabe 1 ($5 = 5 \cdot 1$ Punkte)
Folgende Matrizen sind gegeben:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & -2 \end{bmatrix},\ E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4-i & 5 & 6 \\ 2 & 1 & -3+2\cdot i \end{bmatrix}$$

Entscheide, ob die folgende Rechnungen definiert sind, und berechne ggf. das Ergebnis:

(a) $2 \cdot B + 4 \cdot E$

(b) $A + 2 \cdot C - D$

(c) $D - 2 \cdot C$

(d) $B + C - F$

(e) $C + 3D - i \cdot F$.

Aufgabe 2 ($8 = 4 \cdot 2$ Punkte)
Gegeben sind zwei Permutationen $\sigma_1, \sigma_2 \in S_5$ mit

$$\sigma_1 = (4,5,1,3,2),\ \ \sigma_2 = (3,4,2,5,1).$$

(a) Bestimme $\operatorname{sgn}(\sigma_1)$ und $\operatorname{sgn}(\sigma_2)$.

(b) Berechne σ_1^{-1} (das ist per Definition die Umkehrabbildung zu σ_1) sowie σ_2^{-1}.

(c) Berechne $\sigma_1 \circ \sigma_2$ und $\sigma_2 \circ \sigma_1$.

(d) Finde eine Permutation $x \in S_5$, so dass $\sigma_1 \circ x \circ \sigma_2 = \sigma_2 \circ \sigma_1$.

Aufgabe 3 ($5 = 2 \cdot 2 + 1$ Punkte)

(a) Berechne die Determinanten von $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ und $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$.

(b) Berechne die Determinanten von $C = \begin{bmatrix} 1-x & 2 \\ 1 & 3-x \end{bmatrix}$ und $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Zu D: Beachte, dass nur eine einzige Permutation für die Berechnung der Determinante entscheidend ist.

(c) Bestimme alle Werte $k \in \mathbb{R}$, so dass $\det\left(\begin{bmatrix} k & 2k \\ 1 & -k \end{bmatrix}\right) = 0$.