

Übungen zu Höhere Mathematik III für Elektrotechniker

Blatt 13

Abgabe: 01. 02. 2010 vor den Übungen

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Berechne den Inhalt der durch die Kurve γ umschlossenen Fläche.

$$\gamma: \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(t)^3 \\ \sin(t)^3 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Die Kurve γ wird als *Astroide* bezeichnet.

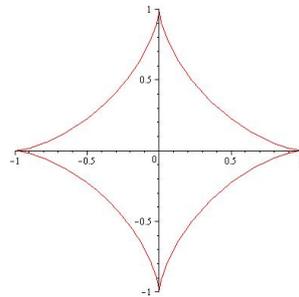


Abbildung 1: Astroide

Aufgabe 2 (6 = 2 · 3 Punkte)

Berechne mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes in der Ebene

(a) $\int_M (2x_1x_2^3 + 3x_1^2x_2^2) dx$ für $M = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$.

(b) $\int_{\partial[0,1]^2} (2x_2, 6x_1) dx$.

Hinweis: Es darf Maple verwendet werden.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Finde eine Parameterdarstellung der folgenden Fläche in \mathbb{R}^3 und berechne ihren Flächeninhalt:

$$M = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1, x_2 \geq 0, x_3 = x_1x_2\}.$$

Zusatzaufgabe (6 = 3 · 2 Punkte)

Zeige, dass folgende Eigenschaften für das Vektorprodukt gelten, wobei $a, b, c \in \mathbb{R}^3$:

(a) $a \times (b \times c) = a \times b + a \times c$.

(b) $a \times b = 0$ falls (a, b) linear abhängig.

(c) $a \times b = -b \times a$.