Prof. Dr. W. Balser
Ole Stenzel

WiSe 2009/10
Gesamt: 24 Punkte

Übungen zu Höhere Mathematik III für Elektrotechniker

Blatt 4

Abgabe: 09. 11. 2009 vor den Übungen

Aufgabe 1 (2 Punkte)
Berechne mit Hilfe des Entwicklungssatzes $det(A)$ für

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 2 ($9 = 3 \cdot 3$ Punkte)

(a) Überprüfe die folgenden Vektoren auf lineare Unabhängigkeit:

$$v_1 = (1, 1, 7, -1)^T, v_2 = (1, 2, 0, 4)^T, v_3 = (1, -4, 42, -26)^T, v_4 = (2, 1, 21, -7)^T.$$

(b) Überprüfe die folgenden Polynome auf lineare Unabhängigkeit:

$$p_1 := x^3 + x^2,\ p_2 := x^2 + x,\ p_3(x) := x + 1.$$

(c) Überprüfe die Funktionen $f_i \in \mathcal{C}(0, 1),\ i = 1, 2, 3$ auf lineare Unabhängigkeit:

$$f_1(x) := \cos(x),\ f_2(x) := \sin(x),\ f_3(x) := \sin(2x).$$

Aufgabe 3 ($8 = 4 \cdot 2$ Punkte)

(a) Seien U, W Untervektorräume des $\mathbb{R}-$Vektorraumes V. Zeige, dass auch $U \cap W$ ein Untervektorraum von V ist.

(b) Eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ heißt ein *Magisches Quadrat*, falls es ein $c \in \mathbb{R}$ gibt, so dass alle Zeilensummen, Spaltensummen und Diagonalsummen gleich c sind. Sei $V \subset \mathbb{R}^{n \times n}$ die Menge aller magischen Quadrate. Zeige, dass V ein Vektorraum ist.

Aufgabe 4 (5 Punkte)
Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$A := \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 0 & 0 \\ \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \end{bmatrix}$$

invertierbar? Berechne A^{-1} für dieses λ.