

# The Impact of Product Design on Longevity Risk of Deferred Annuities

## Zusammenfassung der Masterarbeit an der Universität Ulm

Arne Freimann

Die stetig steigende Lebenserwartung stellt eine große Herausforderung für die Lebensversicherungsbranche dar. Zur Berechnung von Prämien und Rückstellungen verwenden Lebensversicherer aktuarielle Sterbetafeln, in welchen aktuelle Sterbewahrscheinlichkeiten zusammen mit dem aktuell beobachtbaren Sterblichkeitstrend gelistet sind. Jedoch sind aus heutiger Sicht sowohl zukünftige Sterbewahrscheinlichkeiten als auch zukünftige Sterblichkeitstrends unsicher und zufällig. Das damit verbundene demographische Trendrisiko, dass die Kunden eines Versicherers länger leben als erwartet, wird als Langlebkeitsrisiko bezeichnet und stellt ein zentrales Risiko für Lebensversicherer dar.

In vielen Ländern weltweit bieten Lebensversicherer aufgeschobene fondsgebundene Rentenversicherungen an, bei denen die eingezahlten Prämien in der Ansparphase in einen Fonds investiert werden. Zum Rentenbeginn kann der Kunde das angesparte Guthaben entweder als Einmalzahlung abrufen oder es in eine lebenslange garantierte Rente umwandeln. Ohne zusätzliche vertragliche Garantien wird das erreichte Guthaben zum Ende der Aufschubdauer mit dem zu diesem Zeitpunkt gültigen Rentenfaktor verrechnet, in den unter anderem die dann gültige Sterblichkeitstafel eingeht. Um die Kundenakzeptanz zu steigern, stellen Versicherer ihre Produkte häufig mit einer der folgenden optionsartigen Garantien aus:

- Die „**Guaranteed Minimum Income Benefit**“ (**GMIB**)-Option garantiert dem Kunden eine jährliche Mindestrente, welche insbesondere unabhängig von der Performance des Fonds ist.
- Die „**Guaranteed Annuity Option**“ (**GAO**) gibt dem Kunden das Recht (jedoch nicht die Verpflichtung) das angesparte Guthaben mit einem garantierten Rentenfaktor zu verrechnen.
- Die GAO wird häufig in modifizierter Form angeboten. Die sogenannte „**Guaranteed Annuity Option with Limit**“ (**GAOWL**) beinhaltet einen garantierten Rentenfaktor, der nur bis zu einem fest vorgeschriebenen Teil des angesparten Fondsguthabens gilt.

Der Wert dieser Optionen wird von drei Risikotreibern bestimmt: der Performance des zugrundeliegenden Fonds, der Zinsentwicklung sowie der Sterblichkeitsentwicklung in der Ansparphase. Dieses komplexe Zusammenspiel von verschiedenen Risikotreibern verkompliziert die Risikoanalyse und das Risikomanagement dieser Produkte erheblich. Da diese Produkte Optionen auf den zukünftigen Rentenfaktor beinhalten, welcher insbesondere von der Entwicklung der Sterblichkeit in der Ansparphase abhängt, bergen diese ein gewisses Maß an Langlebighkeitsrisiko für den Versicherer. Das Ausmaß dieses Risikos variiert zwischen den Produktdesigns und ist ohne ein geeignetes stochastisches Modell nicht quantifizierbar.

Es gibt bereits eine umfangreiche wissenschaftliche Literatur über die Risikoanalyse von GAOs und GMIBs, in welcher üblicherweise die zugrundeliegenden Garantien in stochastischen Modellen unter der Annahme von Arbitragefreiheit bewertet werden. Ein Großteil dieser theoretischen Arbeiten beschränkt sich auf die Analyse und Bewertung der Finanzmarktgarantien, wobei zukünftige Sterblichkeit als deterministisch angenommen wird. Kling et al. (2014) argumentieren jedoch, dass es in der Praxis nicht ausreicht, nur den theoretischen Wert dieser optionsartigen Garantien zu kennen. Insbesondere gibt es derzeit keinen vollständigen Markt für Langlebighkeitsrisiken, um ein geeignetes Hedge-Portfolio zu konstruieren. Folglich muss der Versicherer dieses Risiko selbst tragen und sollte eine umfangreiche Risikoanalyse durchführen, welche insbesondere auch die stochastische Natur zukünftiger Sterblichkeit adäquat berücksichtigt. Kling et al. (2014) untersuchen die Risikoprofile von GAOs und GMIBs in einem gemeinsamen Finanzmarkt- und Sterblichkeitsmodell und quantifizieren das Risiko aus Sicht des Versicherers mit Hilfe von Risikomaßen. Sie decken strukturelle Unterschiede zwischen den Risikoprofilen von GAOs und GMIBs auf und erhalten durch Sensitivitätsanalysen Einblicke in die Bedeutung der einzelnen Risikotreiber für jedes Produktdesign. Ihr Fokus liegt jedoch auf dem Gesamtrisiko der einzelnen Produkte und nicht auf der individuellen Bedeutung des Langlebighkeitsrisikos. Insbesondere wenden sie keine Techniken zur Zerlegung des Gesamtrisikos in die einzelnen Risikokomponenten an, sodass die Frage nach der Höhe des Langlebighkeitsrisikos in den untersuchten Produkten unbeantwortet bleibt.

## **Ziel der Arbeit**

Das Ziel dieser Arbeit ist zunächst die Entwicklung und Kalibrierung eines stochastischen Modellrahmens, um das Gesamtrisiko in fondsgebundenen Versicherungen mit verschiedenen Garantieförmn zu bestimmen. Anschließend wird das Langlebigkeitsrisiko sinnvoll herauskristallisiert und quantifiziert, sodass fundierte Aussagen über die Bedeutung dieses Risikotreibers für die drei oben eingeföhrten Produktdesigns getroffen werden können.

## **Methodik**

Für eine vollständige Risikoanalyse müssen zunächst alle drei Risikotreiber (Aktienrisiko, Zinsrisiko und Langlebigkeitsrisiko) gemeinsam stochastisch modelliert werden. Das stochastische Simulationsmodell besteht daher aus den folgenden Teilmodellen:

- Ein Black-Scholes Modell für die Wertentwicklung des zugrundeliegenden Fonds in der Ansparphase.
- Ein „shadow“ Vasicek Modell für die zukünftige Entwicklung des Momentanzinses und der Zinsstrukturkurve. Diese Erweiterung des weitverbreiteten Vasicek Modells geht zurück auf Black (1995) und erlaubt den Einbau einer unteren Zinsschranke, um negative Zinsen bis zu einer fest vorgegebenen Untergrenze zuzulassen. Durch diese Modellerweiterung können wesentliche Schwächen des originalen Vasicek Modells, welche im Niedrigzinsumfeld der vergangenen Jahre offensichtlich wurden, überwunden werden.
- Ein Cairns-Blake-Dowd Sterblichkeitsmodell erweitert um einen stochastischen Trendprozess für die Modellierung zukünftiger Periodeneffekte. Im Gegensatz zum originalen Cairns-Blake-Dowd Modell modelliert diese Erweiterung von Börger und Schupp (2018) ebenfalls das Risiko zukünftiger Änderungen des Sterblichkeitstrends.

Die wesentliche Herausforderung für einen realistischen Modellrahmen liegt in der pfadabhängigen Herleitung einer sinnvollen zukünftigen Sterblichkeitstafel. Für diesen Zweck wird in der Arbeit in Anlehnung an die Methodik der DAV zur Herleitung der DAV2004R Sterblichkeitstafel ein Algorithmus entwickelt, um in jedem möglichen

Sterblichkeitsszenario eine sinnvolle Sterbetafel herzuleiten. Basierend auf dieser kann in jedem Szenario der zum Rentenbeginn gültige Rentenfaktor hergeleitet werden.

In diesem Simulationsmodell wird die Verteilung des zukünftigen Verlustes des Versicherers für jedes betrachtete Produktdesign in einer Monte Carlo Simulation zugänglich. Anschließend kann das Gesamtrisiko unter Anwendung geeigneter Risikomaße quantifiziert werden. Darauf aufbauend wird mit einer Varianzzerlegung, welche auf der Theorie bedingter Erwartungswerte und Euler's Risikoallokationsprinzip beruht, der individuelle Einfluss des Langlebighkeitsrisikos zunächst herauskristallisiert und anschließend mit Risikomaßen quantifiziert.

## **Ergebnisse**

Das Modell liefert die folgenden zentralen Ergebnisse über das Langlebighkeitsrisiko der betrachteten Produkte:

- Das GAO-Produkt birgt bei weitem das größte Langlebighkeitsrisiko für den Versicherer. Die verwendete Varianzzerlegung zeigt, dass dieses sowohl absolut als auch relativ betrachtet ein bedeutender Risikofaktor ist, der nicht ignoriert werden sollte.
- Die Einführung eines Limits im GAOWL-Design, bis zu welchem der garantierte Rentenfaktor maximal angewendet wird, stellt sich als effektive Maßnahme heraus, um das Langlebighkeitsrisiko zu beschränken.
- Für das GMIB-Design hingegen spielt das Langlebighkeitsrisiko eine untergeordnete Rolle. In der Praxis wird dessen Risikoprofil vollständig durch das Risiko fallender Aktienkurse dominiert.
- Mehrere Sensitivitätsanalysen zeigen, dass diese zentralen Ergebnisse weitgehend unabhängig von der Wahl des verwendeten Risikomaßes oder der Kapitalmarktparameter sind.

Darüber hinaus gibt das Modell weitere tiefe Einblicke in die Struktur des Langlebighkeitsrisikos:

- In der Anwendung des Modells zeigt sich ein hohes Modellrisiko bezüglich des verwendeten stochastischen Sterblichkeitmodells. Im Gegensatz zum Cairns-Blake-Dowd Modell ignoriert das

weitverbreitete Lee-Carter Modell das Risiko unerwarteter Sterblichkeitsverbesserungen für höchste Alter und unterschätzt das Langlebigkeitsrisiko folglich drastisch.

- Die Länge des betrachteten Zeitraums bei der Herleitung des beobachtbaren Sterblichkeitstrends in einer aktuariellen Sterblichkeitstafel stellt sich als zentraler Modellparameter heraus. Die Verwendung eines längeren Zeitraums erhöht das Risiko verzögert auf eine eingetretene Beschleunigung der Sterblichkeitsverbesserungen zu reagieren. Die Beschränkung auf einen relativ kurzen Zeitraum kann dazu führen, dass natürliche jährliche Schwankungen im Sterblichkeitslevel fälschlicherweise als Trendänderung interpretiert werden.
- Eine mögliche zugrundeliegende Korrelation zwischen Sterblichkeit und Fondsperformance beeinflusst das Risiko von GAOs und GMIBs in entgegengesetzte Richtungen.

Zusätzlich liefert das Modell eine Reihe interessanter Erkenntnisse über das Zinsrisiko. Nennenswert sind insbesondere die folgenden Punkte:

- Das Zinsrisiko ist ein zentraler Risikotreiber für alle drei Garantiearten, insbesondere für GAOs.
- Alle betrachteten Garantien werden deutlich riskanter für den Versicherer, falls das Modell negative Zinsszenarien zulässt. Diese Erkenntnis ist von großer praktischer Bedeutung, da Zinsmodelle mit strikt positiven Zinsen, wie beispielsweise das weitverbreitete Cox-Ingersoll-Ross Modell, das Risiko der betrachteten Produkte systematisch unterschätzen.

## **Fazit**

Das entwickelte Modell liefert tiefe Einblicke in die Struktur des Langlebigkeitsrisikos in fondsgebundenen Rentenversicherungen mit verschiedenen Garantieförmn. Es ermöglicht eine systematische Quantifizierung dieses Risikos, sodass ein umfangreicher Vergleich verschiedener Produktdesigns möglich wird. Da das Langlebigkeitsrisiko in der Praxis häufig gar nicht oder nur unzureichend stochastisch modelliert wird, sind die Methoden und Erkenntnisse dieser Arbeit sowohl für Produktentwickler als auch für Risikomanager und Rückversicherer von großer praktischer Relevanz.