

Einzelvertragliche Bewertung von Garantien bei kollektiver Kapitalanlage

Analyse von Zuordnungsregeln der Vermögenswerte

Zusammenfassung der Masterarbeit an der Universität Ulm

Daniel Lehmann

Motivation

Optionen und Garantien (O&G) sind zentrale Elemente vieler Lebensversicherungsprodukte. Sie treten in verschiedenen Ausgestaltungen auf und erfüllen sowohl aus Sicht der Versicherungsnehmer als auch aus Sicht der Versicherungsunternehmen wichtige Funktionen. Die Bewertung dieser Elemente hat daher für die Lebensversicherungsbranche eine hohe Relevanz. Sie ist nicht nur für die betriebswirtschaftliche Steuerung und das Risikomanagement der Unternehmen von Bedeutung, sondern wird in einigen Fällen auch durch regulatorische Vorgaben gefordert.

Eine zentrale Fragestellung in diesem Zusammenhang lautet, wie die in Lebensversicherungsverträgen eingebetteten O&G in der Praxis mathematisch präzise bewertet werden können. Die Deutsche Aktuarvereinigung e.V. (DAV) hat mit ihrem Fachgrundsatz zur Optionsbewertung aus dem Jahr 2019 einen methodischen Standard etabliert, der eine Grundlage für die einzelvertragliche Bewertung von O&G bildet. Diese Ausführungen sind allerdings im Hinblick auf eine praktische Anwendung in Lebensversicherungsunternehmen mit einigen Einschränkungen verbunden, wie der ausschließlichen Betrachtung einzelner Versicherungsverträge ohne Berücksichtigung der Interaktion mit dem Versicherungsbestand.

Die in dem Fachgrundsatz der DAV beschriebenen Ansätze werden in der vorliegenden Arbeit aufgegriffen und erweitert, um eine Anwendung in der Praxis von Lebensversicherungsunternehmen zu ermöglichen. Insbesondere wird in der Arbeit die Frage beantwortet, wie Vermögenswerte bei einer kollektiven Kapitalanlage zur einzelvertraglichen Bewertung der O&G sinnvoll auf einzelne Verträge zugeordnet werden können.

Methodik

Im Fokus der Untersuchung steht die Bewertung einer jährlichen Zinsgarantie. Es wird ein stochastisches Unternehmensmodell konzipiert, das die zeitabhängige Entwicklung der relevanten Größen abbildet.

Das Modell basiert auf den Ansätzen des Fachgrundsatz zur Optionsbewertung der DAV aus dem Jahr 2019 und integriert stochastische Methoden zur Darstellung der Zins- und Aktienentwicklung und eine jährliche Überschussbeteiligung. Die Implementierung erfolgt in der Programmiersprache R, wobei die Berechnungen auf Grundlage des Monte-Carlo-Verfahrens durchgeführt werden. Im Rahmen der Simulationen wird die jährliche Zinsgarantie bewertet, wobei sechs, auf unterschiedlichen Kriterien basierende Zuordnungsregeln für die Zuordnung der im Kollektiv investierten Vermögenswerte auf die einzelnen Verträge im Versicherungsbestand untersucht werden. Die Simulationsergebnisse werden ausgewertet, um die Auswirkungen der einzelnen Zuordnungsregeln auf den Wert der Zinsgarantie zu untersuchen und die Unterschiede zwischen den Regeln herauszuarbeiten.

Der Wert der Zinsgarantien wird anhand der finanzmathematischen Bewertung des Fehlbetrags ermittelt, der in Fällen entsteht, in denen die garantierte Leistung für den Versicherungsunternehmer den Wert, der dem entsprechenden Vertrag zugeordneten Vermögenswerte übersteigt. Im finanzmathematischen Kontext entspricht dieses Vorgehen der Bewertung einer Put-Option, deren Ausübungspreis die garantierte Leistung für den Versicherungsnehmer ist und deren Underlying die dieser Leistung zugeordneten Vermögenswerte sind.

Für die sachgemäße Bestimmung der garantierten Leistung für den Versicherungsnehmer und den Wert der dem Vertrag zugeordneten Vermögenswerte zum Ablaufzeitpunkt der Versicherung müssen eine Vielzahl von Einflussfaktoren berücksichtigt werden. Deshalb wird für die Bewertung ein stochastisches Simulationsmodell zum Asset Liability Management (ALM) verwendet. Der Kapitalmarkt wird dabei mithilfe stochastischer Modelle für die Zinsentwicklung und Vermögenswerte modelliert. Die Zinsentwicklung wird durch ein Einfaktor-Hull-White-Modell und die Aktienkursentwicklung durch das Black-Scholes-Merton-Modell abgebildet. Das Unternehmensmodell beinhaltet die Modellierung der Kapitalanlagen, des Vertragsbestandes und der Managementregeln des Versicherungsunternehmens. Die Kapitalanlage des Versicherungsunternehmens wird vereinfachend anhand eines

Referenzportfolios approximiert, das sich anhand der stochastischen Differenzialgleichung der geometrisch Brownschen Bewegung des Black-Scholes-Merton-Modells entwickelt. Für die Passiv-Seite des Versicherungsunternehmens werden $n \in \mathbb{N}$ traditionelle, kapitalbildende Versicherungsverträge mit Einmalbeitrag, fester Laufzeit und einem konstanten, individuellen Garantiezins betrachtet. Die betrachteten Managementregeln beinhalten die Modellierung einer Überschussbeteiligung. Diese ist an die Renditen der Kapitalanlage gekoppelt, wobei der jährliche Überschuss dem aktuellen Vertragswert gutgeschrieben wird. Jede dem Vertrag zugeordnete Überschussbeteiligung erhöht die endfällige Garantieleistung für den Versicherungsnehmer. Darüber hinaus werden im Rahmen der Managementregeln die oben beschriebenen Zuordnungsregeln modelliert. Es wird festgelegt, wie die im Kollektiv verwalteten Vermögenswerte des Versicherungsunternehmens den einzelnen Verträgen anhand

- des Einmalbeitrags,
- der zu Vertragsbeginn garantierten Leistung,
- der Vertragslaufzeit,
- des aktuellen Vertragswerts,
- des Barwerts der garantierten Leistung und
- der Laufzeit kombiniert mit dem aktuellen Vertragswert

zugeordnet werden können. Die Entwicklung und die Untersuchung des Einflusses dieser unterschiedlichen Zuordnungsregeln stellt den Hauptteil der Arbeit dar.

Die konkrete Bewertung der Zinsgarantien erfolgt im Rahmen des Unternehmensmodells zum ALM anhand eines mehrjährigen, stochastischen Ansatzes. Die Simulationen basieren dabei auf dem Monte-Carlo-Verfahren, bei dem durch die Generierung von Zufallszahlen zufällige Pfade für mehrere Jahre erzeugt werden. Innerhalb dieser Simulationen wird ein geschlossener Versicherungsbestand angenommen, der in jedem Pfad bis zur vollständigen Abwicklung simuliert wird. Für jeden einzelnen Pfad wird der Wert der Auszahlung der oben beschriebenen Put-Option unter Berücksichtigung pfadabhängiger Diskontfaktoren bestimmt. Eine Mittelung der Ergebnisse über alle Szenarien ergibt den Erwartungswert des Preises der Put-Option, der den Wert der Zinsgarantie darstellt.

Der Wert der Zinsgarantien wird relativ zur Summe aller Einmalbeiträge der Verträge im Versicherungsbestand angegeben. Darüber hinaus werden zwei Ebenen betrachtet: Einerseits wird der Wert der Zinsgarantien auf kollektiver Ebene über alle Versicherungsverträge

aggregiert untersucht. Andererseits wird die einzelvertragliche Ebene betrachtet, welche den Wert der Zinsgarantien individuell für die entsprechende Vertragskonstellation abbildet. Anschließend werden im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse weitere Erkenntnisse über die unterschiedlichen Zuordnungsregeln herausgearbeitet. Dabei werden die Parameter für das initiale Zinsumfeld, für den Versicherungsbestand und für die Volatilitäten im Kapitalmarktmodell variiert.

Ergebnisse

Im Rahmen der Arbeit ist die Vorgehensweise zur einzelvertraglichen Bewertung von O&G systematisch ausgearbeitet worden. Es ist ein konkretes Modell entwickelt worden, was die sachgemäße Bewertung von in Lebensversicherungsverträgen eingebettete O&G in einem praxisnahen Kontext ermöglicht. Darüber hinaus ist die Fragestellung der Zuordnung der kollektiv angelegten Vermögenswerte eines Lebensversicherungsunternehmens zu den einzelnen Verträgen systematisch erfasst und formal festgehalten worden. Basierend darauf sind sechs verschiedene Zuordnungsregeln, drei statische und drei dynamische Regeln, entwickelt und analysiert worden, die das identifizierte Zuordnungsproblem lösen. Durch Berechnungen sind Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Zuordnungsregeln herausgearbeitet und klare Empfehlungen für die Verwendung der Zuordnungsregeln formuliert worden.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Wahl der Zuordnungsregel Auswirkungen auf den Wert der Zinsgarantien hat. Auf kollektiver Ebene liegen die Werte der Zinsgarantien bei den meisten Zuordnungsregeln auf einem ähnlichen Niveau. Eine Ausnahme bildet die Zuordnung anhand der garantierten Leistung, die deutlich höhere Werte erzeugt und daher für praktische Anwendungen nicht empfohlen wird. Auch die Verteilung der Werte der Zinsgarantien über die simulierten Pfade weist für alle betrachteten Regeln eine ähnliche Struktur auf. Im Gegensatz dazu ergeben sich auf einzelvertraglicher Ebene deutliche Unterschiede, die durch die jeweilige Ausgestaltung der Zuordnungsregeln bedingt sind. Dynamische Zuordnungsregeln führen zu einer konsistenten Monotonie der Werte der Zinsgarantien, die mit zunehmender Vertragslaufzeit und steigendem Garantiezins ansteigen. Gleichzeitig zeigen sie eine geringere Variabilität der einzelvertraglichen Ergebnisse. Die dynamischen Zuordnungsregeln profitieren im Vergleich zu den statischen Zuordnungsregeln von den zusätzlich verarbeiteten Informationen und führen zu einer bedarfsgerechteren Zuordnung der Vermögenswerte.

Statische Zuordnungsregeln hingegen führen zu extremeren Werten der Zinsgarantien auf einzelvertraglicher Ebene.

Die Sensitivitätsanalysen verdeutlichen, dass sowohl die Zusammensetzung des Versicherungsbestands als auch Kapitalmarktparameter wie Zinsniveau und die Volatilitäten den Wert der Zinsgarantien beeinflussen. Dynamische Zuordnungsregeln reagieren auf diese Veränderungen erwartungsgemäß und zeigen eine hohe Stabilität. Die statische Zuordnungsregel anhand der Laufzeit reagiert besonders stark und nicht plausibel auf Ungleichmäßigkeiten im Versicherungsbestand und ist daher nicht für praktische Anwendungen geeignet. Die dynamischen Zuordnungsregeln erweisen sich als besonders geeignet, um die Stabilität des kollektiven Werts der Zinsgarantien zu gewährleisten. Die Zuordnung anhand der Laufzeit kombiniert mit dem aktuellen Vertragswert erzielt in den meisten Szenarien die niedrigsten Werte der Zinsgarantien und ist daher für eine kollektive Betrachtung zu empfehlen. Die statischen Zuordnungsregeln zeigen insgesamt eine geringere Eignung, da sie zu höheren Werten der Zinsgarantien führen und weniger stabil gegenüber Veränderungen der Modellparameter sind. Sollte aus Gründen der Einfachheit dennoch eine statische Regel verwendet werden, ist die Zuordnung anhand des Einmalbeitrags am besten geeignet. Für eine einzelvertragliche Betrachtung im Rahmen der Ertragswertberechnung ist die Zuordnung anhand des Barwerts der garantierten Leistung besonders empfehlenswert. Diese Regel führt zu einer gleichmäßigen Verteilung der Werte der Zinsgarantien auf die verschiedenen Vertragskonstellationen und ermöglicht aus Ertragssicht eine differenzierte und faire Bewertung der einzelnen Verträge.