

Dynamics of implied swaption volatility surfaces and implications on life insurers under Solvency II

Zusammenfassung der Masterarbeit an der Universität Ulm

David Neuhäusler

Motivation und Aufbau der Arbeit

Das Untermodul Zinsrisiko der Standardformel unter der Solvency-II-Richtlinie dient der Berechnung des Solvenzkapitals eines Versicherers. Es berücksichtigt das Zinsrisiko, das sich aus Schwankungen in der Höhe der risikofreien Basiszinssätze ergibt. Volatilität und Veränderungen der Form der Zinsstrukturkurve werden im Zinsrisikountermodul nicht explizit betrachtet. Jedoch beeinflussen Veränderungen in der Zinsvolatilität die marktkonsistente Bewertung von versicherungstechnischen Verbindlichkeiten – insbesondere für Lebensversicherer, deren Produkte eingebettete Optionen und Garantien enthalten, die sensitiv auf Veränderungen in der Zinsvolatilität reagieren.

Diese Arbeit adressiert diese regulatorische Lücke und entwickelt eine Methodik, um Stressszenarien für Zinsvolatilitäten zu konstruieren und deren Auswirkungen auf das Solvenzkapital von Lebensversicherern zu quantifizieren. Grundlage ist die Analyse historischer Marktpreise von Swaptions, die implizit Markterwartungen der Zinsvolatilität beinhalten.

Theoretischer Rahmen und Datengrundlage

Zunächst wird die Regulatorik von Solvency II dargestellt, insbesondere im Hinblick auf die marktkonsistente Bewertung und die Anwendung der Standardformel. Swaptions – Optionen auf Zinsswaps – dienen hierbei als zentrale Quelle zur Ableitung von Markterwartungen bezüglich zukünftiger Zinsvolatilität. Ihr Marktpreis wird häufig in impliziten Volatilitäten notiert, die unabhängig vom aktuellen Zinsniveau ein Maß für die erwarteten Zinsschwankungen darstellen.

Ein zentrales Element der Arbeit ist die Herleitung von Stressszenarien für diese impliziten Volatilitäten. Dazu wird ein Datensatz mit impliziten Swaptionvolatilitäten aus dem Zeitraum von 2013 bis 2024 analysiert. Zu jedem Handelstag beinhaltet der Datensatz 25 ATM Swaptionvolatilitäten

mit Optionslaufzeiten 5, 10, 15, 20 und 25 Jahre sowie Swaplaufzeiten 5, 10, 15, 20 und 25 Jahre für Swaps auf den 6-Monats-EURIBOR.

Herleitung von Stressszenarien der Zinsvolatilität

Zur Reduktion der Dimensionalität und zur Identifikation dominanter Bewegungsmuster der Volatilitätsoberfläche wird eine Hauptkomponentenanalyse (PCA) auf die 25 Zeitreihen der relativen rollierenden wöchentlichen Veränderungen in impliziten Volatilitäten durchgeführt. Die ersten drei Hauptkomponenten erklären 95 % der Varianz und lassen sich im Kontext als Risikofaktoren interpretieren. Der erste Risikofaktor beschreibt das Niveau, der zweite die Steigung bezüglich der Optionslaufzeiten, der dritte die Konvexität in den Änderungen impliziter Volatilitäten. Scores sind die Werte, welche die Positionen der relativen wöchentlichen Volatilitätsänderungen in den Koordinaten der Hauptkomponenten angeben.

Zur Untersuchung des Solvenzkapitals unter marktkonsistenten Annahmen ist die Verteilung der einjährigen Änderung(srate) von impliziten Volatilitäten relevant. Um eine Verteilung der jährlichen Änderungsraten von impliziten Volatilitäten kalibrieren zu können, werden zwei Methoden zur Annualisierung der wöchentlichen Scores verwendet.

Copula-Methode: Für jede der drei Hauptkomponenten wird eine Student-t-Verteilung als Randverteilung für die Scores gefittet. Die zeitliche Abhängigkeit wird mithilfe einer t-Copula und der empirischen Autokorrelationsstruktur modelliert. Durch Simulation von Scores über 52 Wochen und anschließende multiplikative Aggregation ergeben sich pro Hauptkomponente empirische Verteilungen für die Jahresänderung der Scores.

AR(1)-Methode: Die wöchentlichen Veränderungen der Hauptkomponentenscores werden als autoregressiver Prozess erster Ordnung modelliert. Auch hier erfolgt die Jahresverteilung der Scores durch Simulation und multiplikative Aggregation von 52 Wochenwerten.

Beide Methoden liefern eine empirische Verteilung für Scores in den ersten drei Hauptkomponenten. Herausfordernd ist es, aus diesen drei Randverteilungen der jährlichen Änderungsraten eine Koordinate für ein

Stressszenario zu ermitteln, das einem 200-Jahres-Ereignis entspricht. Basierend auf den jeweils drei Randverteilungen aus der Copula-Methode und AR(1)-Methode wird mittels sequenzieller, bedingter Quantilregressionen ein kombinierter Scorevektor abgeleitet, der ein positives multiplikatives Stressszenario auf die Volatilitätsfläche beschreibt. Ergänzend wird ein drittes, naives Szenario konstruiert, das lediglich auf den 99,5 %-Quantilen der historischen, rollierenden Jahresveränderungen in impliziten Volatilitäten basiert.

Auswirkungen von Volatilitätsstress auf Solvenzkapitalanforderung

Es wird exemplarisch untersucht, wie sich die drei zuvor entwickelten Volatilitätsstressszenarien (kurz: Copula, AR(1), naiv) auf das Solvenzkapital eines Lebensversicherungsportfolios mit garantierter Mindestverzinsung auswirken. Zur marktkonsistenten Bewertung der versicherungstechnischen Verbindlichkeiten wird zum Stichtag 29.12.2023 für jedes der Volatilitätsszenarien ein 2-Faktor Hull-White Modell (HW2) kalibriert, das auch im GDV-Branchensimulationsmodell zur Anwendung kommt. Zur Kalibrierung werden die Zinsstrukturkurve sowie die Marktpreise der Swaptions am Stichtag genutzt.

Die resultierenden HW2 Parameter dienen als Grundlage für Monte-Carlo-Simulationen zur Bewertung des Lebensversicherungsportfolios. Im Volatilitäts-Basiszenario ist der beste Schätzwert der Verbindlichkeiten (BEL) aus Sicht des Versicherers der niedrigste. Unter Stressszenarien, insbesondere bei den AR(1)- und Copula-Stressszenarien, steigt der BEL jedoch deutlich an, bedingt durch höhere Zinsvolatilität, höhere Optionswerte und einhergehende Ertragsschwankungen. Zwei Anlagestrategien werden verglichen: eine kurzfristige mit einjährigem Anlagehorizont mit häufigeren Reinvestitionen und damit höherer Volatilitätssensitivität sowie eine langfristige mit zehnjährigem Anlagehorizont. Die kurzfristige Strategie führt zu einem höheren erwarteten Ertrag, aber auch zu einem höheren Solvenzkapitalbedarf. Während das naive Stressszenario tendenziell geringere Volatilitätsbelastungen und damit niedrigeren Solvenzkapitalbedarf ergibt, liefern die AR(1)- und Copula-Stressszenarien konservativere Ergebnisse. Die Analyse zeigt, dass die Auswahl und Kalibrierung von Stressszenarien

für die Beurteilung der Solvabilität entscheidend ist – übermäßige Vorsicht kann zu überhöhten Kapitalanforderungen führen.

Eine Sensitivitätsanalyse der HW2-Modellparameter verdeutlicht deren Einfluss auf die Bewertung von Verbindlichkeiten. Eine isolierte Erhöhung des größeren Mean-Reversion-Parameters senkt die BEL, während eine Erhöhung des kleineren Mean-Reversion-Parameters zu einem Anstieg der BEL führt. Anpassungen der Volatilitätsparameter führen insgesamt zu höheren BEL-Werten und größerer Streuung der Schätzungen. Auch eine Erhöhung des Korrelationsparameters zwischen den beiden stochastischen Faktoren bewirkt einen stetigen Anstieg der BEL, bis ein Schwellenwert knapp unter 1 erreicht wird. Die Ergebnisse unterstreichen die komplexen Wechselwirkungen zwischen Modellparametern, Marktszenarien und Anlagestrategien und zeigen, dass numerische Simulationen unerlässlich sind, um die Auswirkungen auf eine marktkonsistente Bewertung umfassend zu erfassen.

Fazit

Diese Arbeit ergänzt die wissenschaftliche Literatur, indem sie eine Methodik zur Herleitung und Anwendung von Stressszenarien für implizite Swaptionvolatilitäten im Kontext einer marktkonsistenten Bewertung entwickelt und umsetzt. Sie adressiert damit direkt eine Lücke der Solvency-II-Standardformel, die die Zinsvolatilität nicht berücksichtigt. Die Arbeit zeigt auf, wie implizite Swaptionvolatilitäten durch eine Kombination aus statistischer Dimensionsreduktion, Annualisierung und stochastischer Modellierung in marktkonsistente Bewertungsprozesse integriert werden können. Sie vertieft das Verständnis für die Dynamik impliziter Swaption-Volatilitätsoberflächen und für den Einfluss von Zinsvolatilität auf Lebensversicherungsportfolios. Weitere Arbeiten können einen Fokus auf negative und additive Volatilitätsstressszenarien, den Zusammenhang zwischen Zinsniveau und -volatilität sowie multivariate Extremwertmodellierung legen.