

Vorhersage von Sterblichkeitskurven für Multi- populationen mithilfe künstlicher neuronaler Netzwerke

Zusammenfassung der Masterarbeit an der Universität Ulm

Mario Schrack

Motivation und Zielsetzung

Die ansteigende Lebenserwartung und das damit zunehmende Langlebigkeitsrisiko stellt Lebensversicherungsunternehmen vor große Herausforderungen. Systematisch unerwartete Verbesserungen der Langlebigkeit implizieren eine Unterschätzung der kalkulierten Prämie für Rentenprodukte und können eine erhebliche Reduzierung der Reserven des Lebensversicherers verursachen. Für die Berechnung der Prämie muss die restliche Lebenserwartung des Versicherungsnehmers bei Rentenbeginn modelliert und vorhergesagt werden. Solche Vorhersagen werden häufig durch stochastische Sterblichkeitsmodelle, basierend auf der historischen Mortalitätsentwicklung, getroffen. Weit verbreitete stochastische Mortalitätsmodelle wie das Lee-Carter (LC) Modell liefern zwar verhältnismäßig genaue Vorhersagen, jedoch haben die erklärenden Parameter der Modelle keine demographisch intuitive Interpretation. Dadurch ist eine einfache Einbindung von Experteneinschätzungen über demographische Sterblichkeitsentwicklungen, welche auf Basis von Entwicklungen in der Medizin, Biologie und Soziologie gebildet werden, nicht möglich. Beispielsweise untersuchen Wissenschaftler das zukünftig maximal erreichbare Alter eines Menschen. Derartige Vorhersagen geben allerdings keine Auskunft über den Effekt solcher demographischer Mortalitätsentwicklungen auf die Sterblichkeitsmuster in jedem Alter.

Dies motiviert die Entwicklung eines Modells, welches einerseits altersspezifische Quantifikationen von Sterblichkeit vorhersagt und dabei andererseits demographisch intuitive Parameter besitzt. Diese Parameter erleichtern die Einbeziehung von Expertenmeinungen. Die Verbindung von demographisch intuitiven Sterblichkeitseigenschaften zu altersspezifischen Sterblichkeitsmustern besteht über Sterblichkeitskurven, die die Verteilung der Todesfälle basierend auf einer Anfangspopulation von

100.000 Menschen darstellen. Auf Basis von Sterblichkeitskurven können Statistiken abgeleitet werden, die eine demographisch intuitive Interpretation besitzen.

Börger et. al. (2019) entwickelten ein erstes Modell, welches mithilfe von B-Splines zukünftige Sterblichkeitskurven für über 60-jährige Schweizerinnen bestimmt. Dabei fließt die Vorhersage der Statistiken M , $d(M)$, UB , und DoI ein. M beschreibt das Alter, in dem die meisten Menschen sterben, und $d(M)$ die jeweilige Anzahl der Todesfälle in diesem Alter. Die Statistik UB ist ein Schätzwert für das maximal erreichbare Alter, während DoI den Grad der Ungleichheit der Kurve von einer Gleichverteilung beschreibt und damit die Variabilität der Todesfälle über den Altersbereich misst. Die Vorhersage der Statistiken setzt die zeitliche Entwicklung der Statistiken von Sterblichkeitskurven über den Beobachtungszeitraum sinnvoll fort. Die vorhergesagten Sterblichkeitskurven ermöglichen die Ableitung von Sterbewahrscheinlichkeiten zur Kalkulation von Prämien oder zur Messung der Auswirkungen von zukünftigen demographischen Mortalitätsentwicklungen auf die Reserven eines Lebensversicherers. Allerdings hat das Modell Nachteile, die aber durch die Nutzung von künstlichen neuronalen Netzwerken überwunden werden können. Zum einen wird die Genauigkeit der vorhergesagten Sterblichkeitskurven nicht untersucht. Dies kann problematisch sein, wenn abgeleitete Sterbewahrscheinlichkeiten nicht ausreichend genau sind. Des Weiteren wird das Modell für eine spezifische Population angewandt, während Multipopulationsmodelle häufig aufgrund ähnlicher populationsübergreifender Mortalitätsentwicklungen genauere Vorhersagen liefern.

Das Ziel dieser Arbeit lag damit in der Entwicklung eines neuen Modells, beruhend auf einem künstlichen neuronalen Netzwerk, welches möglichst genaue Sterblichkeitskurven für mehrere Populationen gleichzeitig vorhersagt und dabei die demographischen Statistiken miteinbezieht.

Modelle und Fallstudie

Zu dem erwähnten Zweck wurden drei verschiedene neuronale Netzwerke entwickelt und hinsichtlich ihrer Vorhersagegüte im Rahmen einer Fallstudie verglichen. Dafür werden die Netzwerke an einen Trainingsdatensatz angepasst. Dieser besteht aus Sterblichkeitskurven

von 35 Ländern aus der Human Mortality Database (HMD) von 1950 bis 2009. Die Vorhersagefähigkeit der Netzwerke wird auf den jeweiligen Daten von 2010 bis 2019 verglichen. Das beste Modell wird daraufhin zur Projektion von Sterblichkeitskurven außerhalb des Beobachtungszeitraums (ab 2020) verwendet.

Die Entwicklung der drei Modelle resultierte aus der Fragestellung, wie viele erklärende Parameter von Sterblichkeitskurven notwendig sind, um eine optimale Vorhersagegüte der Modelle zu erreichen. Das erste Modell, nachfolgend „NN_NoStats“ genannt, verwendet als erklärende Parameter nur das Alter x , Land c und Jahr t , um die jeweilige Sterblichkeitskurve des Landes c im Jahr t über den Altersbereich zu modellieren. In diesem Zusammenhang sagt das neuronale Netzwerk die Todesfälle von Individuen im Alter x , Land c und Jahr t vorher, sodass eine Betrachtung der Todesfälle in jedem Alter x die jeweilige Sterblichkeitskurve liefert. Dieses Modell wurde entwickelt, um herauszufinden, ob die Einbindung der Statistiken von Sterblichkeitskurven eine wesentliche Verbesserung der Vorhersagegüte bewirkt.

Das zweite Modell „NN_Stats“ erweitert „NN_NoStats“ durch das Hinzufügen der vier Statistiken M , $d(M)$, UB und DoI , welche auch von Börger et. al. (2019) verwendet werden und in dieses neuronale Netzwerk als zusätzlich erklärende Eingabeparameter eingehen. Beim dritten Modell „NN_NewStats“ werden zwei weitere Statistiken (IQR , $SD(M+)$) von Sterblichkeitskurven integriert, welche im Vergleich zu den vorherigen Modellen nützliche Informationen über die Variabilität der Todesfälle preisgeben. Die Statistik IQR beschreibt den Interquartilsabstand. Dieser misst den Altersbereich, in dem die mittleren 50% der Individuen sterben. Zudem gibt $SD(M+)$ die Standardabweichung der Todesfälle über dem Alter M an und modelliert somit die Variabilität der Todesfälle in höherem Alter. Zum Training und Testen von „NN_Stats“ und „NN_NewStats“ wurden zuvor die Statistiken der Sterblichkeitskurven des Trainings- und Testdatensatzes geschätzt.

Ergebnisse der Fallstudie

Nach Anpassung der Modelle und der Berechnung der mittleren quadratischen Fehlerwerte zeigt sich, dass „NN_NewStats“ im Vergleich zu den anderen Modellen bei 27 von 35 Ländern den geringsten Fehler auf dem Testdatensatz aufweist. Somit lohnt sich die Einbeziehung der

demographischen Statistiken hinsichtlich der Vorhersagegüte der Modelle. Insbesondere ist für osteuropäische Länder erwähnenswert, dass sich die Fehlerwerte signifikant reduzieren, je mehr Statistiken als erklärende Variablen in die Modelle integriert werden. Für osteuropäische Länder sind die Mortalitätsdaten erst ab dem Jahr 1959 in der HMD verfügbar. Dadurch haben die Netzwerke im Vergleich zu den anderen Ländern weniger Daten, von welchen sie beim Training lernen können. Folglich stellt sich die Einbindung der Statistiken als gute Möglichkeit dar, dem Netzwerk zu helfen, nützliche Zusammenhänge in den Mortalitätsdaten zu erkennen.

Da sich „NN_NewStats“ als bestes Modell herausgestellt hat, wird dieses Modell verwendet, um Sterblichkeitskurven für die Jahre 2020 bis 2060 vorherzusagen. Dafür werden in einem separaten Schritt die zukünftigen Werte der Statistiken für jedes Land c und Jahr t mithilfe eines weiteren neuronalen Netzwerks für jede Statistik vorhergesagt, da die Statistiken für manche Länder einen nichtlinearen Verlauf haben, der von neuronalen Netzwerken modelliert werden kann. Die von den projizierten Sterblichkeitskurven abgeleiteten Überlebenskurven setzen den Rektangularisierungstrend der Überlebenskurven von westlichen Ländern fort. Zudem zeigt sich, dass die berechneten Statistiken der projizierten Sterblichkeitskurven demographisch konsistent sind, da der Übergang des Trends der meisten Statistiken vom Beobachtungszeitraum zum Projektionszeitraum flüssig ist, und der aktuellste beobachtete Trend plausibel fortgesetzt wird. Des Weiteren werden die übergreifenden demographischen Mortalitätstrends geographisch ähnlich lokalisierter Länder vom neuronalen Netzwerk erkannt und auch für zukünftige Jahre vorhergesagt. Hinsichtlich der demographischen Konsistenz wird „NN_NewStats“ mit dem LC Modell verglichen, dessen Anpassung auf dem gleichen Trainingsdatensatz erfolgt. Die Sterblichkeitskurven für die Jahre 2020 bis 2060 werden von den Sterberaten abgeleitet. Dabei stellt sich heraus, dass das LC Modell für einige Länder und Statistiken demographisch konsistente Vorhersagen liefern kann. Dies steht im Widerspruch zu den Untersuchungen von Börger et. al. (2019), welche das LC Modell für den Datensatz der Schweizerinnen ab 60 Jahren von 1992 bis 2014 trainiert und demographisch inkonsistente Vorhersagen bei drei der vier Statistiken festgestellt haben. Somit muss der unterliegende Trainingsdatensatz berücksichtigt werden, wenn Aussagen über die demographische

Konsistenz des LC Modells getroffen werden. Im Vergleich zu „NN_NewStats“ zeigt das LC Modell beim Übergang zum Projektionszeitraum häufiger größere Sprünge als das neuronale Netzwerk. Des Weiteren scheint das LC Modell den durchschnittlichen Trend der Statistiken vorherzusagen, während „NN_NewStats“ häufiger den aktuellsten Trend fortsetzt. Insofern ist „NN_NewStats“ fähig, demographische Trendänderungen zu erkennen. Für osteuropäische Länder liefert das LC Modell zudem Vorhersagen, die dem demographischen Sterblichkeitstrend dieser Länder gänzlich widersprechen. Somit ist „NN_NewStats“ in dieser Fallstudie das bessere Modell, um demographische Sterblichkeiten plausibel vorherzusagen.

Fazit

Abschließend haben die Ergebnisse gezeigt, dass sich die Einbindung demographischer Statistiken hinsichtlich der Vorhersagegüte der betrachteten Modelle lohnt. Insbesondere liefert „NN_NewStats“ in den allermeisten Fällen die genauesten Vorhersagen. Als Begleiterscheinung hat sich herausgestellt, dass die in Börger et. al. (2019) erwähnte demographische Inkonsistenz der stochastischen Sterblichkeitsmodelle bei dieser Fallstudie nur in Abhängigkeit vom unterliegenden Datensatz auftreten. Abgesehen davon zeigt sich, dass das neuronale Netzwerk „NN_NewStats“ den aktuellsten Trend der demographischen Statistiken meist sinnvoller fortsetzt als das LC Modell. Infolgedessen wurde die Menge der Mortalitätsmodelle durch ein neues Multipopulationsmodell erweitert, welches vergleichsweise genaue Sterblichkeitskurven vorhersagt, dabei gleichzeitig demographische Trends widerspiegelt und die Einbeziehung von demographischen Statistiken ermöglicht. Dies motiviert eine plausible Messung der Auswirkungen von zukünftigen demographischen Trendänderungen auf die Reserven von Lebensversicherungsunternehmen.

Literaturangaben

Börger, M., Genz, M., and Ruß, J. (2019). The Future of Mortality: Mortality Forecasting by Extrapolation of Deaths Curve Evolution Patterns. https://www.ifa-ulm.de/fileadmin/user_upload/download/forschung/2019_ifa_Boerger-et-al_The-Future-of-Mortality-Mortality-Forecasting-by-Extrapolation-of-Deaths-Curve-Evolution-Patterns.pdf