



Übung zur Empirischen Wirtschaftsforschung

VIII. Ökonometrische Testverfahren

- 1 Geldnachfragefunktion
- 2 Empirische Ergebnisse: Westdeutschland
- 3 Empirische Ergebnisse: Gesamtdeutschland
- 4 Strukturbruchtests
- 5 Anwendung bei der Geldnachfragefunktion
- 6 Autokorrelation
- 7 Heteroskedastizität

1. Geldnachfragefunktion

- Die **ökonomische Frage**: Hat die Entwicklung der 90er Jahre zu strukturellen Änderungen in der Geldpolitik geführt?
 - Wirtschafts-, Währungs- und Sozialunion am 1.7.1990.
 - Einführung des Euro am 1.1.1999.
- **Problem**: Ein nicht beachteter Strukturbruch bedeutet eine Fehlspezifikation des empirischen Modells.
- Die **ökonomische Theorie**: $L^d(Y \cdot P, Z) = M$

L^d : Geldnachfrage

Y : Einkommen

P : Preisniveau

Z : Zins

M : Geldmenge

- Das Geldangebot entspricht der Geldnachfrage.
 - Die Geldnachfrage ist - neben der Umlaufgeschwindigkeit - vor allem von Einkommen und Zins abhängig.
- **Daten**:
 - Als endogene Variable kommen die Geldmenge M1 (Bargeld + Sichteinlagen), M2 (M1 + Termineinlagen) und M3 (M2 + Spareinlagen) in Frage.

- Als erklärende Variable für den Zins kann entweder ein kurzfristiger (Z3: 3 Monatszins) oder ein langfristiger Zins (ZWP: Wertpapierzins) gewählt werden.
- Als erklärende Variable für das Einkommen kann das Bruttoinlandsprodukt von West- bzw. Gesamtdeutschland verwendet werden.

- Das **empirische Modell**:

- $M = e^{\beta_0} \cdot e^{\sum_{i=1}^3 \beta_i \cdot \text{Saison}_i} \cdot \text{BIP}^{\beta_4} \cdot e^{\beta_5 \cdot Z} \cdot e^\varepsilon$, bzw.

- $\log(M) = \beta_0 + \sum_{i=1}^3 \beta_i \cdot \text{Saison}_i + \beta_4 \cdot \log(\text{BIP}) + \beta_5 \cdot Z + \varepsilon$

- In die Gleichung werden drei Saisondummies aufgenommen, d.h. die Änderung zur Konstanten (4. Quartal).
- Bei dem Koeffizienten des Bruttoinlandsprodukts liegt eine Elastizität vor:

- $y = e^{\beta_0} \cdot x^{\beta_1}$ bzw. $\log(y) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \log(x)$:

- $\frac{\partial y}{\partial x} = e^{\beta_0} \cdot x^{\beta_1-1} \cdot \beta_1$

- $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{e^{\beta_0} \cdot x^{\beta_1}}{x} \cdot \beta_1$

- $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y}{x} \cdot \beta_1 \quad \rightarrow \quad \beta_1 = \frac{\frac{\partial y}{\partial x}}{\frac{y}{x}} \quad \rightarrow \quad \text{Elastizität!}$

- Beim Zins liegt eine Semi-Elastizität vor, da der Logarithmus nur bei der endogenen Variable vorliegt.
- Als endogene Variable für das empirische Modell wird die **Geldmenge M3** und für den Zins wird der langfristige **Wertpapierzins** verwendet.

2. Empirische Ergebnisse: Westdeutschland

=====

Dependent Variable: LOG(M3)

Method: Least Squares

Sample: 1975:1 1990:2

Included observations: 62

=====

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.818425	0.062974	-12.99631	0.0000
@SEAS(1)	0.114834	0.006315	18.18387	0.0000
@SEAS(2)	0.081042	0.006267	12.93156	0.0000
@SEAS(3)	0.057957	0.006363	9.108852	0.0000
LOG(BIPW)	1.245515	0.009654	129.0127	0.0000
ZWP	-0.005661	0.001674	-3.381458	0.0013

=====

R-squared 0.996920 Mean dependent var 6.653250

Adjusted R-squared 0.996644 S.D. dependent var 0.298892

S.E. of regression 0.017314 Akaike info criter -5.182844

Sum squared resid 0.016787 Schwarz criterion -4.976993

Log likelihood 166.6682 F-statistic 3624.577

Durbin-Watson stat 1.213045 Prob(F-statistic) 0.000000

=====

- Die Daten für Westdeutschland werden erst ab 1975 verwendet, um Probleme wegen des Zusammenbruchs des Bretton-Woods-Systems zu vermeiden.
- Das korrigierte Bestimmtheitsmaß \bar{R}^2 nimmt einen Wert nahe Eins an.
- Die Koeffizienten sind signifikant von Null verschieden, da der Wert der t -Statistik betragsmäßig größer als Zwei ist.

- Interpretation der Koeffizienten:
 - Wenn das **Bruttoinlandsprodukt** 1 Prozent höher liegt, dann ist die Geldmenge ca. 1,25 Prozent höher.
 - Wenn der **Zinssatz** 1 Prozentpunkt höher liegt, dann ist die Geldnachfrage ca. 0,0057 bzw. 0,57 Prozent geringer.
 - Die Konstante ist ein Skalierungsparameter.
 - Die **Saisondummys** geben die Veränderungen zur Konstanten (4. Quartal) in logarithmischen Prozent an:
 - * $e^{0,114834} \approx 1,1217$
 - Die Geldnachfrage ist im ersten Quartal 12,17 Prozent höher als im vierten Quartal.
 - * $e^{0,081042} \approx 1,0844$
 - Die Geldnachfrage ist im zweiten Quartal 8,44 Prozent höher als im vierten Quartal.
 - * $e^{0,057957} \approx 1,0597$
 - Die Geldnachfrage ist im dritten Quartal 5,97 Prozent höher als im vierten Quartal.
- Für kleine Werte sind die Unterschiede zwischen logarithmischen Prozent und Prozent gering, so dass die Größenordnung ohne Umrechnung in Prozent ablesbar ist.
- Für Werte ab 0,1 sollte die Umrechnung in Prozent durchgeführt werden, da die Differenz zu groß ist.
- Z.B. bedeutet $e^{0,7} \approx 2,0137$ eine Verdopplung.

3. Empirische Ergebnisse: Gesamtdeutschland

=====
Dependent Variable: LOG(M3)

Method: Least Squares

Date: 07/01/09 Time: 09:13

Sample: 1990Q3 1998Q4

Included observations: 34
=====

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.902153	0.689086	1.309202	0.2011
@SEAS(1)	0.067844	0.012736	5.326890	0.0000
@SEAS(2)	0.038966	0.011099	3.510706	0.0015
@SEAS(3)	0.019629	0.010276	1.910229	0.0664
LOG(BIPG)	1.011112	0.096286	10.50111	0.0000
ZWP	-0.030533	0.006371	-4.792487	0.0000

=====
R-squared 0.982691 Mean dependent var 7.518931
Adjusted R-squared 0.979601 S.D. dependent var 0.146989
S.E. of regression 0.020994 Akaike info criter -4.730385
Sum squared resid 0.012341 Schwarz criterion -4.461027
Log likelihood 86.41654 Hannan-Quinn criter. -4.638526
F-statistic 317.9402 Durbin-Watson stat 0.660572
Prob(F-statistic) 0.000000
=====

- Die Daten werden ab dem 3. Quartal 1990 verwendet.
- Wenn das **Bruttoinlandsprodukt** 1 Prozent höher liegt, ist die Geldnachfrage 1,01 Prozent höher.
- Wenn der **Zinssatz** 1 Prozentpunkt höher liegt, ist die Geldnachfrage 0,0305 bzw. 3,05 Prozent geringer.
- Die Koeffizienten von Bruttoinlandsprodukt und Zinssatz sind für West- und Gesamtdeutschland nicht identisch.
- Frage: Sind die Abweichungen **zufällig** oder **signifikant**?

4. Strukturbruchtests

- Strukturbruch bedeutet, dass sich die Struktur (die Koeffizienten, die Standardabweichung) des Modells über die Zeit (oder im Querschnitt z.B. mit der Unternehmensgröße) ändert.
- **Wald-Test** mit **Dummy-Variablen**:
 - Dummy-Variablen nehmen den Wert Null oder Eins an.
 - Beispiele: Geschlecht-, Region-, Zeit-, Saisondummys
 - Untersuchung der Dummyvariablen auf Signifikanz.
- Schätzung des Modells mit Dummy-Variablen, mit anschließendem gemeinsamen Test auf Signifikanz der Dummyterme:

$$F_{q,T-k} = \frac{SSR_R - SSR_{UR}}{SSR_{UR}} \cdot \frac{T - k}{q}$$

T : Anzahl der Beobachtungen

k : Zahl der Koeffizienten

q : Zahl der Restriktionen

SSR_R : Summe der Fehlerquadrate des restringierten Modells, d.h. gleiche Koeffizienten in den Teilperioden

SSR_{UR} : Summe der Fehlerquadrate des unrestringierten Modells, d.h. die Dummyterme sind signifikant

- **Chow-Test**:

- Schätzung des Modells für die Zeit vor dem Strukturbruch, nach dem Strukturbruch, für die gesamte Zeitperiode. Die dazugehörige F -Statistik:

$$F_{k,T-2k} = \frac{SSR_R - (SSR_1 + SSR_2)}{SSR_1 + SSR_2} \cdot \frac{T - 2k}{k}$$

SSR_i : Summe der Fehlerquadrate in Teilperiode i

- Der Chow-Test teilt den Zeitraum in zwei Teilperioden und berechnet die Summe der Fehlerquadrate für beide Teilperioden separat.
- Ist die Summe der Fehlerquadrate für den gesamten Zeitraum signifikant höher als die Summe der Fehler der beiden Teilperioden, liegt ein Strukturbruch vor.
- Der Zeitpunkt, an dem sich das Modell möglicherweise geändert hat, muss bekannt sein.
- Dieser Test ist bei Zeitreihendaten sinnvoll, nicht bei Querschnittsdaten.

- Alternativ: Chow Vorhersage Test:
 - Schätze das Modell für die Periode bis zum Strukturbruch.
 - Berechne auf der Basis dieser Schätzgleichung eine Vorhersage für die Zeitperiode nach dem Strukturbruch.
 - Untersuche, ob die Abweichungen signifikant größer sind (F -Test oder χ^2 -Test).
 - Vorteil: Dieser Test liefert auch sinnvolle Ergebnisse, wenn der Strukturbruch noch nicht lange zurückliegt.

- Rekursive Schätzungen:
 - Rekursive Schätzungen sind eine hilfreiche Möglichkeit, um strukturelle Veränderungen in der Modellgleichung zu untersuchen.
 - Vorgehensweise:
 - * Schätze die Modellgleichung für ein kurzes Sample am Anfang des Beobachtungszeitraums.
 - * Berechne aus der Gleichung eine Vorhersage für die nächste Periode.
 - * Bestimme den Vorhersagefehler (das sogenannte rekursive Residuum).
 - * Verlängere das Sample um eine Periode.
 - * ... usw.
 - Man kann sich die Koeffizienten der rekursiven Schätzungen und deren Entwicklung ansehen.

* Erlaubt eventuell die Eingrenzung der Ursache für einen Strukturbruch.

- **CuSum-Test**:

- Cumulated Sum of recursive Residuals.
- Berechnung der kumulierten Summe der rekursiven Residuen.
- Wenn beispielsweise die rekursiven Residuen immer bzw. (sehr häufig) positiv sind, ist das ein Zeichen für einen Strukturbruch in der Gleichung.
- Für die Summe der Residuen kann ein Konfidenzband berechnet werden.
- Über- oder unterschreitet die Summe der Residuen das Konfidenzband, liegt ein signifikanter Strukturbruch vor.

- **CuSum²-Test**:

- Aufsummierung der Quadrate der rekursiven Residuen.
- Über- oder unterschreitet diese Summe das Konfidenzband, dann liegt eine signifikante Änderung der Varianz der Residuen vor.

5. Anwendung bei der Geldnachfragefunktion

=====
 Dependent Variable: LOG(M3)

Method: Least Squares

Date: 07/01/09 Time: 13:53

Sample: 1975Q1 1998Q4

Included observations: 96
 =====

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.422826	0.051676	-8.182204	0.0000
@SEAS(1)	0.099349	0.007162	13.87112	0.0000
@SEAS(2)	0.066535	0.007139	9.320587	0.0000
@SEAS(3)	0.042208	0.007124	5.924797	0.0000
LOG(BIP)	1.187938	0.006979	170.2069	0.0000
ZWP	-0.011474	0.001890	-6.070300	0.0000

=====
 R-squared 0.997585 Mean dependent var 6.959845

Adjusted R-squared 0.997451 S.D. dependent var 0.487941

S.E. of regression 0.024635 Akaike info criter. -4.508839

Sum squared resid 0.054619 Schwarz criterion -4.348567

Log likelihood 222.4243 Hannan-Quinn criter. -4.444055

F-statistic 7435.913 Durbin-Watson stat 0.661842

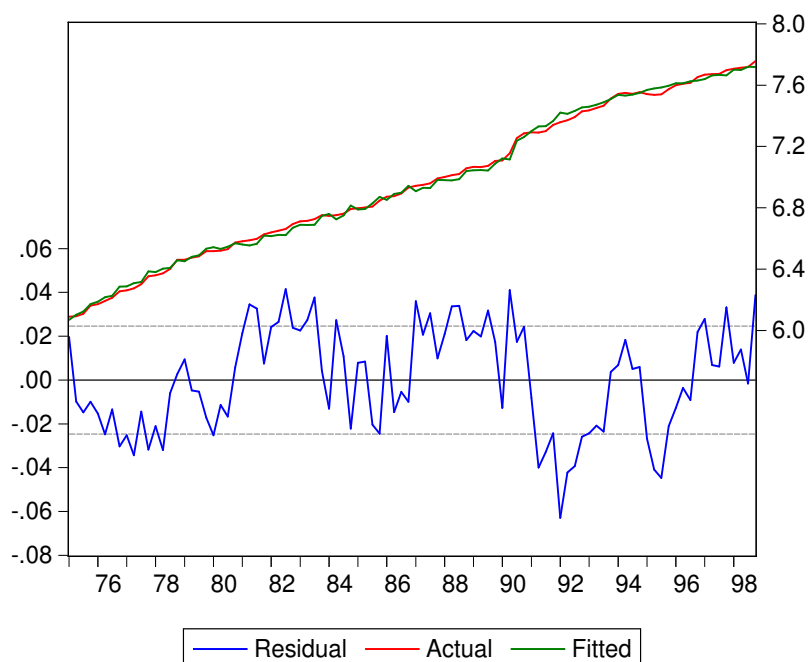
Prob(F-statistic) 0.000000
 =====

- Die Variable BIP wurde erzeugt mit Daten des Bruttoinlandsprodukts für Westdeutschland bis 1990:2 und Daten für Gesamtdeutschland ab 1990:3.
- Die Koeffizienten dürfen nur bei Strukturkonstanz ökonomisch sinnvoll interpretiert werden!
- Bei Strukturkonstanz sind dies die wahrscheinlichsten Werte für die wahren, aber unbekannt identischen Koeffizienten.
- Westdeutschland (1975:1-1990:2):

$$\log(M3) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^3 \alpha_i \cdot Saison_i + \alpha_4 \cdot \log(bipw) + \alpha_5 \cdot zwp$$
- Gesamtdeutschland (1990:3-1998:4):

$$\log(M3) = \beta_0 + \sum_{i=1}^3 \beta_i \cdot Saison_i + \beta_4 \cdot \log(bipg) + \beta_5 \cdot zwp$$

- **Allgemeines Modell**:
 $\alpha_i \neq \beta_i$, d.h. Strukturbruch (Gegenhypothese)
- **Spezielles Modell**:
 $\alpha_i = \beta_i$, d.h. Strukturkonstanz (Nullhypothese)
- Eine Betrachtung der Residuen unterstützt die Vermutung, dass zum Zeitpunkt 1990:3 ein **Strukturbruch** vorliegt.
- Diese Vermutung wird durch den CHOW-Test in beiden Varianten bestätigt.
- Die Hypothese auf Strukturkonstanz muss verworfen werden, da der *Prob*-Wert der F-Statistik kleiner ist als die Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0,05$.



```

=====
Chow Breakpoint Test: 1990Q3
Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints
Varying regressors: All equation variables
Equation Sample: 1975Q1 1998Q4
=====

```

```

=====
F-statistic          12.25200  Prob. F(6,84)          0.0000
Log likelihood ratio  60.35374  Prob. Chi-Square(6)  0.0000
Wald Statistic       73.51199  Prob. Chi-Square(6)  0.0000
=====

```

```

=====
Chow Forecast Test: Forecast from 1990Q3 to 1998Q4
=====

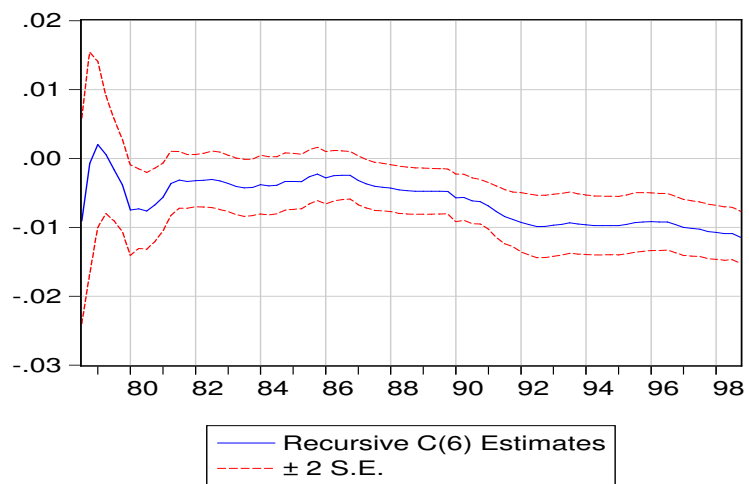
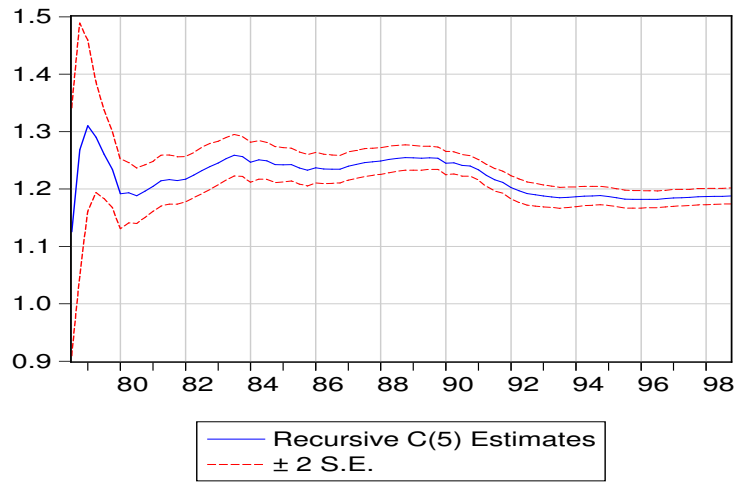
```

```

=====
F-statistic          3.711842 Prob. F(34,56)          0.0000
Log likelihood ratio  113.2577 Prob. Chi-Square(34)  0.0000
=====

```

- Zusätzlich wird ein CuSum-Test durchgeführt.
- Die Koeffizienten werden für ein kurzes Sample geschätzt.
- Dann wird das Sample jeweils um eine Periode verlängert und die Koeffizienten neu geschätzt.
- Dieses Vorgehen empfiehlt sich vor allem dann, wenn der Zeitpunkt eines Strukturbruches nicht bekannt ist.
- Unter *Recursive Estimates* und der Zusatzeinstellung *Recursive Coefficients* ergibt die Schätzung der Koeffizienten für das Bruttoinlandsprodukt und den Zinssatz das Schaubild auf der nächsten Seite.
- Der Koeffizient des Bruttoinlandsprodukts ist Ende der 90er Jahre signifikant kleiner als der Koeffizient 1990 +/- zweifacher Standardfehler.
- Für den Zinssatz kann eine signifikante Entwicklung in der Graphik nicht festgestellt werden.



6. Autokorrelation

- Das **Problem der Autokorrelation**:
 - Die Fehler ε dürfen nur zufällig sein, d.h. keine Systematik aufweisen.
 - Insbesondere dürfen sie nicht von Vorgängerfehlern systematisch abhängen.
 - $\varepsilon_t = \rho \cdot \varepsilon_{t-\tau} + \mu_t$
 - * ρ : Autokorrelationskoeffizient
 - * μ : zufällige Komponente
 - * t : Zeitindex
 - * var : Varianz
 - * cov : Kovarianz
 - * τ : Lag (Verzögerung)
 - Wenn die Nullhypothese $\rho = 0$ verworfen wird, liegt Autokorrelation der Residuen vor.
 - In diesem Fall sind die Koeffizienten in statischen Modellen konsistent und erwartungstreu, aber nicht mehr effizient, d.h. nicht mehr der beste lineare Schätzer.

- **Durbin-Watson-Test**:

- Dieser Test überprüft nur das Problem der Autokorrelation zum ersten Vorgänger und ist nur bei statischen Modellen einsetzbar. Die Teststatistik lautet:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^T (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}$$

- * Sind die Residuen positiv autokorreliert, so ergibt sich ein Wert nahe Null. Bei negativer Autokorrelation ergibt sich ein Wert nahe Vier.
- * Wählt man ein Signifikanzniveau von 5%, so kann die Nullhypothese, dass keine Autokorrelation vorliegt, verworfen werden, wenn der *DW*-Wert kleiner 1,6 oder größer 2,4 ist.

- **Breusch-Godfrey-Test**:

- Dieser Test ist sowohl bei dynamischen Modellen als auch bei mehr als einem Lag anwendbar.
- Es wird getestet, ob neben den erklärenden Variablen auch die verzögerten Residuen Einfluss auf die aktuellen Residuen haben.
- Im Anschluss an die Schätzung kann dieser Test unter *View - Residual Tests - Serial Correlation LM-Test* in EViews durchgeführt werden.
- Bei *Lags to include* wird die Anzahl der Lags angegeben, die auf Autokorrelation überprüft werden.
- Bei Quartalsdaten sollte die Anzahl nicht kleiner als 12 (3 Jahre) sein.

- Die Geldnachfragefunktion für Westdeutschland (Schätzung siehe Seite 4) wird für den Zeitraum 1975:1-1990:2 für 12 Lags auf Autokorrelation untersucht.
- Zur Überprüfung der Nullhypothese $\rho = 0$ wird, die *Obs*R-squared*-Statistik genutzt. Da der Probability-Wert kleiner als die Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0,05$ ist, kann die Nullhypothese verworfen werden.
- Daher liegt Autokorrelation der Residuen vor.

```

=====
Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:
=====
F-statistic          2.409112  Prob. F(12,44)      0.0169
Obs*R-squared        24.58367  Prob. Chi-Square(12) 0.0169
=====

```

7. Heteroskedastizität

- Heteroskedastizität bedeutet, dass die Varianz der Störvariablen ε nicht konstant ist.
- Eine gleichbleibende Varianz der Störvariable heißt Homoskedastizität.
- **Konsequenzen** der Heteroskedastizität:
 - Die Koeffizienten sind weiterhin erwartungstreu.
 - Die Standardfehler der Koeffizienten sind verzerrt.
 - Daher weisen die Testfunktionen der t -Statistik und des F -Tests nicht mehr die unterstellten Verteilungen auf.
 - Bei der Testentscheidung beruft man sich auf eine falsche Irrtumswahrscheinlichkeit.
- **White-Test**:
 - In EViews werden unter *View - Residual Tests - Heteroskedasticity Tests - White* zwei Formen des White-Tests auf Heteroskedastizität angeboten.
 - Der White-Test geht von der Nullhypothese der Homoskedastizität aus.
 - Wählt man die Spezifikation *Include White cross terms* ergibt sich bei einer Schätzung mit zwei exogenen Variablen x_1 und x_2 die Schätzgleichung:
$$\varepsilon_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_1^2 + \beta_4 \cdot x_2^2 + \beta_5 \cdot x_1 \cdot x_2 + \varepsilon_t'$$
 - Die Nullhypothese lautet:
$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0.$$

- Wählt man die Spezifikation ohne *Include White cross terms* ergibt sich die Schätzgleichung:

$$\varepsilon_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1^2 + \beta_2 \cdot x_2^2 + \varepsilon_t'$$

- Die Geldnachfragefunktion für Westdeutschland (Schätzung siehe Seite 4) wird für den Zeitraum 1975:1-1990:2 auf Heteroskedastizität untersucht.
- Zur Überprüfung der Nullhypothese wird, die *Obs*R-squared*-Statistik genutzt. Da der Probability-Wert größer als die Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0,05$ ist, kann die Nullhypothese nicht verworfen werden.
- Die Homoskedastizität wird durch diesen Test nicht bestätigt, die Nullhypothese wird lediglich nicht verworfen.

```

=====
Heteroskedasticity Test: White
=====
F-statistic          1.031801   Prob. F(14,47)      0.4403
Obs*R-squared        14.57564   Prob. Chi-Square(14) 0.4078
Scaled explained SS  11.81627   Prob. Chi-Square(14) 0.6211
=====

```

- Bei Vorliegen von ökonomischen Problemen wie Autokorrelation oder Heteroskedastizität sollte man die Ursache herausfinden, um mit diesem Problem geeignet umzugehen.
- Ursache können z.B. eine unzureichende Modellierung, eine falsche Form der Regressionsfunktion, Strukturbrüche oder Ausreißer in den Daten sein.