



Übung zur Empirischen Wirtschaftsforschung

IX/X. Überprüfung der Kaufkraftparitätentheorie / Dynamische Modelle

1 Einleitung

Zu den wichtigsten Anwendungsgebieten der empirischen Wirtschaftsforschung gehören

-
-
-

Wir werden im Folgenden die Gültigkeit der Kaufkraftparitätentheorie zwischen Irland und den USA untersuchen.

2 Die Kaufkraftparitätentheorie (KKPT)

Im Folgenden sei w stets der Wechselkurs zwischen Irland und den USA in $\$/\text{€}$ bzw. in $\frac{\$}{\text{IEP}} \cdot 0,787564$ ($1 \text{ €} = 0,787564$ irische Pfund(IEP)).

2.1 Inhalt der Kaufkraftparitätentheorie

Die Kaufkraftparität zwischen zwei Ländern (hier also zwischen Irland und den USA) liegt dann vor, wenn man in beiden Ländern für einen bestimmten Geldbetrag -in die jeweilige

Landeswährung umgerechnet- den gleichen Warenkorb erwerben kann. Die Kaufkraftparitätentheorie sieht daher die Preisniveaus in den beteiligten Ländern als die entscheidende Determinante des Wechselkurses an.

Weiterhin besagt die Theorie, dass Arbitragegeschäfte ausgelöst würden, wenn keine Kaufkraftparität vorläge. Ist also ein Gut in Irland billiger zu erwerben als dies in den USA der Fall ist (natürlich unter Berücksichtigung des Wechselkurses), so besteht die Möglichkeit einen risikolosen Gewinn zu machen indem man das Gut in Irland kauft, in den USA wieder -zu dem höheren Preis- verkauft und die erhaltenen Dollar in Euro umtauscht. Durch die gesteigerte Nachfrage in Irland sollte dort der Preis steigen und auf Grund das erhöhten Angebots in den USA sollte dort der Preis fallen, so dass sich die Preise in den Ländern angleichen.

Für einen irischen Preisindex \bar{p} und den entsprechenden US-amerikanischen Preisindex \bar{p}' sollte demnach folgende Gleichung gelten:

$$\bar{p} = \frac{c \cdot \bar{p}'}{w} \Leftrightarrow w = c \cdot \frac{\bar{p}'}{\bar{p}},$$

wobei $c > 0$ eine passende Normierungskonstante ist.

2.2 Probleme/Kritikpunkte (an) der Kaufkraftparitätentheorie

-
-
-
-
-

Vertiefende Literatur:

Jarchow, H.-J. und Rühmann, P. (1994) : Monetäre Außenwirtschaft I. Monetäre Außenwirtschaftstheorie, 4.Auflage, Kapitel IX.1.

3 Empirische Untersuchung

Nun soll überprüft werden, ob bzw. in welchem Maße sich der Wechselkurs durch Preisindizes in der Form

$$(1) w = c \cdot \frac{\bar{p}'}{\bar{p}} \Leftrightarrow \log(w) = \log(c) + \log(\bar{p}') - \log(\bar{p})$$

beschreiben lässt.

3.1 Daten

Um die Kaufkraftparitätentheorie empirisch untersuchen zu können, ist die Auswahl der Daten entscheidend.

Wie wir bei den Problemen der KKPT gesehen hatten, sollten die Preisindizes so gewählt werden, dass sie einen möglichst großen Anteil international handelbarer Güter enthalten. Wir werden daher die monatlich erfassten *Produzentenpreisindizes (PPI) der Industrie* verwenden und nicht Konsumentenpreisindizes.

Als Wechselkursgröße betrachten wir die *Monatsendwerte*.

Beschreibung der Daten im Workfile kkp.wf1

EXCRATE Wechselkurs am Monatsende in \$/€ bzw. in $\frac{\$}{\text{IEP}} \cdot 0,787564$ (w)

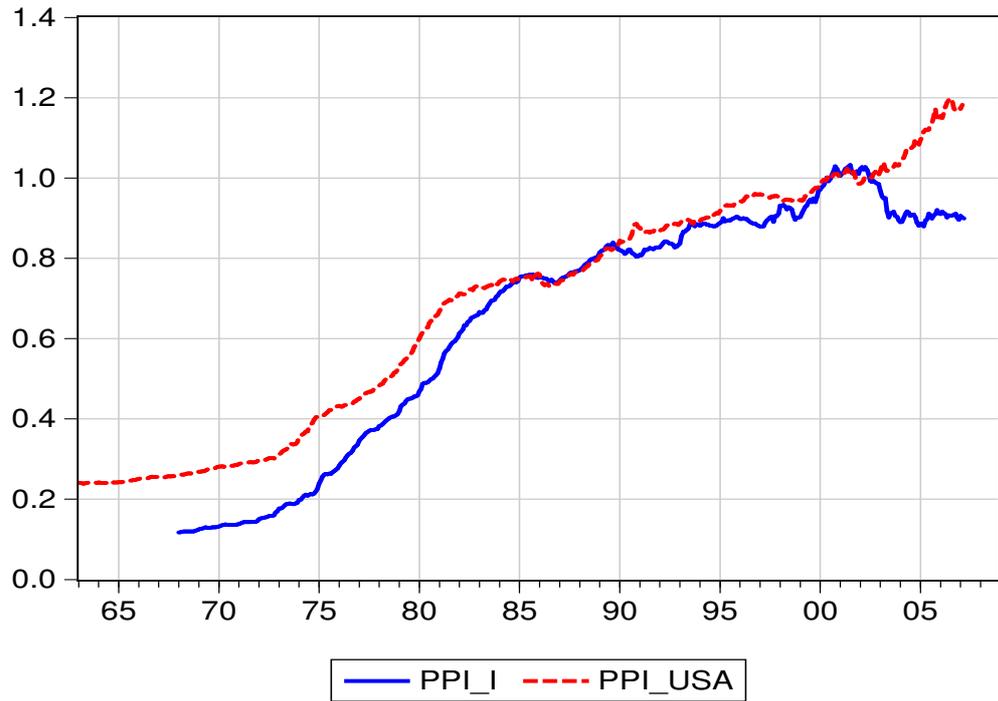
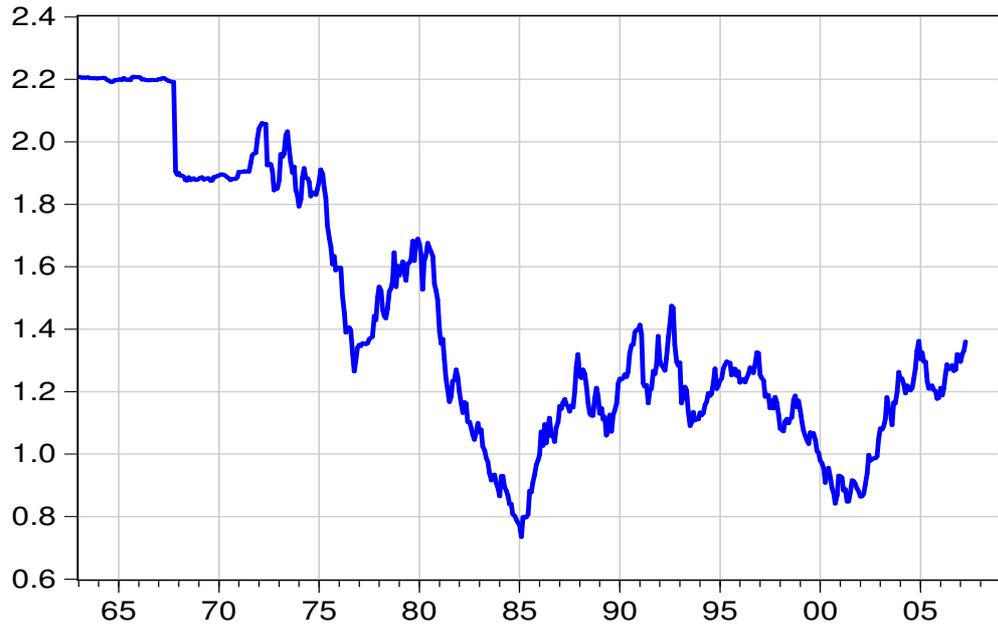
PPI_I Produzentenpreisindex der Industrie für Irland, Basisjahr: 2000 (\bar{p})

PPI_USA Produzentenpreisindex der Industrie für die USA, Basisjahr: 2000 (\bar{p}')

$$LPPI = \log\left(\frac{PPI_USA}{PPI_I}\right) = \log\left(\frac{\bar{p}'}{\bar{p}}\right)$$

Quelle: OECD/EUROSTAT

EXCRATE



3.2 Das statische Modell

generelles Modell:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_t + \epsilon_t, \text{ wobei } \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \text{ iid.}$$

Wir setzen hier zunächst folgendes Modell an:

$$\log(w_t) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \log(\bar{p}_t) + \beta_3 \cdot \log(\bar{p}'_t) + \epsilon_t$$

Eine Least-Square-Schätzung liefert folgendes Ergebnis:

```
ls log(excrate) c log(ppi_i) log(ppi_usa)
===== Statisches Modell 1
Dependent Variable: LOG(EXCRATE)
Method: Least Squares
Sample(adjusted): 1968:01 2007:02
Included observations: 470 after adjusting endpoints
=====
Variable          Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.
=====
C                  0.078209   0.007414   10.54868   0.0000
LOG(PPI_I)        -0.763734   0.048089  -15.87958   0.0000
LOG(PPI_USA)      0.709557   0.072938   9.728223   0.0000
=====
R-squared          0.761221   Mean dependent var 0.258499
Adjusted R-squared 0.760198   S.D. dependent var 0.244330
S.E. of regression 0.119647   Akaike info criter -1.402174
Sum squared resid  6.685333   Schwarz criterion  -1.375667
Log likelihood     332.5108   F-statistic        744.3897
Durbin-Watson stat 0.053441   Prob(F-statistic) 0.000000
=====
```

Nach der Kaufkraftparitätentheorie sollte $\beta_2 = -1$ und $\beta_3 = 1$ gelten. Diese Hypothese muss jedoch nach dem Wald-Test verworfen werden:

```
wald -c(2)=c(3)=1
=====
Wald Test:
=====
Test Statistic    Value          df    Probability
=====
F-statistic       25.19509      (2,467)      0.0000
Chi-square        50.39019          2      0.0000
=====

Null Hypothesis Summary:
=====
Normalized Restriction (= 0)  Value  Std. Err.
=====
-1 - C(2)                    -0.236366  0.048089
-1 + C(3)                    -0.290443  0.072938
=====
Restrictions are linear in coefficients.
=====
```

Auf Grund von Überlegung (1) (s.o.), sollte $\beta_2 = -\beta_3$ gelten. Auch dies kann mit einem Wald-Test überprüft werden:

```
wald c(2)=-c(3)
=====
Wald Test:
Equation: Untitled
=====
Test Statistic      Value      df      Probability
=====
F-statistic         4.074471  (1, 467)    0.0441
Chi-square          4.074471      1    0.0435
=====
```

```
Null Hypothesis Summary:
=====
Normalized Restriction (= 0)  Value  Std. Err.
=====
C(2) + C(3)                   -0.054078  0.026791
=====
Restrictions are linear in coefficients.
=====
```

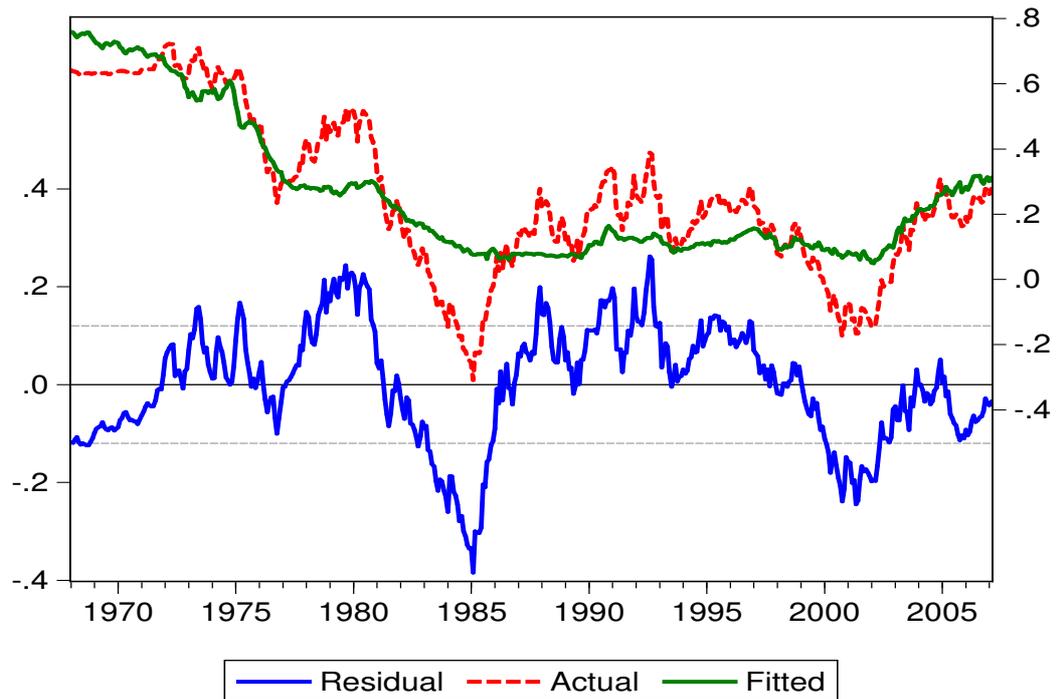
Leider muss zu allen gängigen Konfidenzniveaus (außer zum 1%igen) auch diese Hypothese verworfen werden. Schätzt man allerdings über einen nur 1 Jahr kürzeren Zeitraum, so ergibt sich, dass diese Hypothese nicht mehr verworfen werden kann. Wir wollen daher im Folgenden $\log(\bar{p}'_t) - \log(\bar{p}_t) = \log(\frac{\bar{p}'_t}{\bar{p}_t})$ als *eine* Variable in die Schätzungen aufnehmen.

Wir vereinfachen das obige Modell also zu

$$\log(w_t) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \log\left(\frac{\bar{p}'_t}{\bar{p}_t}\right) + \epsilon_t$$

```
ls log(excrate) c log(ppi_usa/ppi_i)
===== Statisches Modell 2
```

```
Dependent Variable: LOG(EXCRATE)
Method: Least Squares
Date: 06/05/07   Time: 10:31
Sample(adjusted): 1968:01 2007:02
Included observations: 470 after adjusting endpoints
=====
Variable      Coefficient Std. Error t-Statistic  Prob.
=====
C              0.082001   0.007196   11.39591    0.0000
LOG(PPI_USA/PPI_I)  0.849891   0.022129   38.40592    0.0000
=====
R-squared      0.759137   Mean dependent var 0.258499
Adjusted R-squared 0.762590   S.D. dependent var 0.244330
S.E. of regression 0.120040   Akaike info criter -1.397742
Sum squared resid 6.743661   Schwarz criterion -1.380071
Log likelihood   330.4694   F-statistic    1475.015
Durbin-Watson stat 0.053394   Prob(F-statistic) 0.000000
=====
```



Interpretation dieses Schätzergebnisses:

- Wenn sich in einem bestimmten Monat t_0 der amerikanische PPI um 1% erhöht, während die irischen Preise konstant blieben, wird der Euro bzw. das Irische Pfund in diesem und in den kommenden Monaten dadurch um durchschnittlich 0,85% aufgewertet. Das Schätzergebnis liefert also nur einen *langfristigen Effekt*. Grafisch:

- Wenn das angesetzte statische Modell richtig wäre und die Schätzer die Koeffizienten richtig geschätzt hätten, würde eine amerikanische Preiserhöhung um 1% im Monat t_0 den Wechselkurs in eben diesem Monat um durchschnittlich 0,85% erhöhen.
- Die Struktur der Residuen sowie $\bar{R}^2 = 0,76$ lassen vermuten, dass die aktuellen Preise (also $\frac{\bar{p}'_t}{\bar{p}_t}$) den aktuellen Wechselkurs im langfristigen Durchschnitt recht gut approximieren, kurzfristige starke Schwankungen aber unerklärt bleiben.

3.3 Differenzbildung

generelles Modell:

$$\Delta y_t := y_t - y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 \cdot \Delta x_t + \epsilon_t$$

Hier:

$$\Delta \log(w_t) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \Delta \log\left(\frac{\bar{p}'_t}{\bar{p}_t}\right) + \epsilon_t$$

```

ls dlog(excrate) c d(lppi)
===== Differenzenmodell
Dependent Variable: DLOG(EXCRATE)
Method: Least Squares
Date: 06/05/07   Time: 21:00
Sample(adjusted): 1968:02 2007:02
Included observations: 469 after adjusting endpoints
=====
      Variable      Coefficient Std. Error t-Statistic  Prob.
=====
           C          -9.96E-05   0.001285  -0.077527   0.9382
      D(LPPI)         0.602385   0.127887   4.710288   0.0000
=====
R-squared           0.045354      Mean dependent var-0.000775
Adjusted R-squared  0.043310      S.D. dependent var 0.028275
S.E. of regression  0.027656      Akaike info criter-4.333682
Sum squared resid   0.357191      Schwarz criterion -4.315982
Log likelihood      1018.248      F-statistic        22.18682
Durbin-Watson stat  1.956543      Prob(F-statistic)  0.000003
=====

```

- Erhöht sich der amerikanische PPI in einem Monat um 1%, während die Preise in Irland unverändert bleiben, so steigt der Wechselkurs in eben diesem Monat um *durchschnittlich* 0,602%. Hier wird also ein *kurzfristiger (sofortiger) Effekt* geschätzt.
- Bleiben die Preise konstant, bleibt *im Durchschnitt* auch der Wechselkurs in solch einem Monat konstant ($\hat{\beta}_1 \approx 0$).

- Da \bar{R}^2 sehr klein ist, können die monatlichen Schwankungen der Wechselkurse nur sehr schlecht durch die aktuellen Preisentwicklungen erklärt werden. Kurzfristig scheinen andere Faktoren wichtiger zu sein als die Preisentwicklung. Aus ökonomischer Sicht ist dieses Ergebnis durchaus plausibel, da die Wechselkurse wesentlich flexibler sind als die relativ starren Preise und in den Medien oft andere Gründe für kurzfristige Kursänderungen zu vernehmen sind (Notenbanken, Psychologie, Erwartungen, Politik, ...).
- Die Schätzungen des statischen und des Differenzenmodells liefern unterschiedliche Ergebnisse für den Einfluss der Preisindizes auf den Wechselkurs. Daraus lässt sich folgern, dass keine direkte Anpassung an das langfristige Gleichgewicht erfolgt. Die bisher untersuchten Modelle sind wohl (einzeln) fehlspezifiziert.

3.4 Modelle mit verzögerten exogenen Variablen

3.4.1 verzögerte Anpassung

Wenn vermutet wird, dass die endogene Variable y mit einer Verzögerung von τ Perioden auf eine Änderung der exogenen Variablen x reagiert, ist folgendes Modell sinnvoll:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_{t-\tau} + \epsilon_t$$

Unterstellt man, dass die Wechselkurse mit einer Verzögerung von genau 6 Monaten auf eine Preisänderung reagieren, bietet sich für unsere Zwecke folgendes Modell an:

$$\log(w_t) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \log\left(\frac{\bar{p}'_{t-6}}{\bar{p}_{t-6}}\right) + \epsilon_t$$

```

ls log(excrate) c lppi(-6)
===== verzögerte Anpassung (6 Monate)
Dependent Variable: LOG(EXCRATE)
Method: Least Squares
Sample(adjusted): 1968:07 2007:04
Included observations: 466 after adjusting endpoints
=====
      Variable      Coefficient Std. Error t-Statistic  Prob.
=====
           C          0.083804   0.007548   11.10280    0.0000
      LPPI(-6)       0.820633   0.023180   35.40271    0.0000
=====
R-squared          0.729817      Mean dependent var 0.253814
Adjusted R-squared 0.729234      S.D. dependent var 0.241587
S.E. of regression 0.127813      Akaike info criter -1.305396
Sum squared resid  7.253266      Schwarz criterion  -1.287609
Log likelihood     306.1572      F-statistic         1253.352
Durbin-Watson stat 0.054865      Prob(F-statistic)  0.000000
=====

```


3.4.2 Flexible Lag-Funktion

Nun werden mehr als eine exogene Variable in das Modell aufgenommen:

$$y_t = \beta_1 + \sum_{i=0}^k \beta_{2+i} \cdot x_{t-i} + \epsilon_t$$

Hier z.B.:

$$\log(w_t) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \log\left(\frac{\bar{p}'_t}{\bar{p}_t}\right) + \beta_3 \cdot \log\left(\frac{\bar{p}'_{t-1}}{\bar{p}_{t-1}}\right) + \dots + \beta_7 \cdot \log\left(\frac{\bar{p}'_{t-5}}{\bar{p}_{t-5}}\right) + \epsilon_t$$

===== flexible Lag-Funktion

Dependent Variable: LOG(EXCRATE)

Method: Least Squares

Date: 06/05/07 Time: 10:40

Sample(adjusted): 1968:06 2007:02

Included observations: 465 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.081235	0.007216	11.25815	0.0000
LPPI	1.408124	0.588260	2.393708	0.0171
LPPI(-1)	-0.490782	0.948885	-0.517220	0.6053
LPPI(-2)	0.343556	0.965933	0.355673	0.7222
LPPI(-3)	0.053831	0.970086	0.055491	0.9558
LPPI(-4)	0.327152	0.957381	0.341716	0.7327
LPPI(-5)	-0.769732	0.589605	-1.305505	0.1924
R-squared	0.758299	Mean dependent var	0.254435	
Adjusted R-squared	0.755133	S.D. dependent var	0.242456	
S.E. of regression	0.119977	Akaike info criter	-1.388095	
Sum squared resid	6.592668	Schwarz criterion	-1.325741	
Log likelihood	329.7320	F-statistic	239.4844	
Durbin-Watson stat	0.059838	Prob(F-statistic)	0.000000	

- grafische Veranschaulichung der durchschnittlichen Effekte:

- Flexible Lag-Funktionen mit einer großen Zahl k sind nicht praktikabel:
 - Steigt k um den Wert 1, geht eine Beobachtung verloren („nur“ noch 465 statt 470 bei $k = 5$).
 - Steigt k um den Wert 1, wird ein weiterer Koeffizient geschätzt. Das kann zu statistischen Problemen führen, weil durch das Hinzufügen einer weiteren Variablen die Anzahl der Freiheitsgrade (=Anzahl Messpunkte - Anzahl Koeffizienten) reduziert wird. Dies kann zu großen Standardabweichungen der Schätzer führen, besonders wenn die hinzugenommene Variable sich nur wenig von den bisher verwendeten unterscheidet. Die obige Schätzung ist ein gutes Beispiel für dieses Problem „ungenauer“ Schätzer, so dass fast alle ermittelten Effekte insignifikant sind.
- Auch hier wurde das „Ende“ der Anpassung mit 5 Monaten Verzögerung willkürlich gewählt. Es gibt jedoch Informationskriterien -wie zum Beispiel das Akaike oder Schwarz Informationskriterium, die auch in *EViews* ausgegeben werden- mit deren Hilfe man die „richtige“ Anzahl an verzögerten Variablen besser abschätzen kann. Dazu wählt man sich zunächst eine Obergrenze G für die Laglänge der verzögerten Variable und schätzt dann ein Modell für jede Laglänge, die unterhalb von G liegt. Das Ziel ist es dabei das Informationskriterium möglichst klein werden zu lassen. Die Informationskriterien sind wie folgt definiert:

$$\text{Akaike: } \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$$

$$\text{Schwarz: } \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{k \ln T}{T},$$

wobei k die Anzahl der erklärenden Variablen, $\hat{\sigma}^2$ die Varianz der geschätzten Residuen und T den Stichprobenumfang beschreibt.

3.4.3 Polynomiale Lag-Funktion

Indem man die Lag-Funktion durch ein Polynom modelliert, kann die Anpassungsstruktur unter Umständen durch Schätzung weniger Parameter gut (numerisch) spezifiziert werden.

Modell:

$$y_t = \beta_1 + \sum_{i=0}^k w(i) \cdot x_{t-i} + \epsilon_t ,$$

wobei $w(i)$ ein Polynom festen Grades in Abhängigkeit von i sei.

Beispiele:

- die Anpassung ist in allen Perioden konstant, d.h.

$$w(i) = c_0$$

- entweder nimmt die Anpassung im Lauf der Zeit stetig zu oder stetig ab (hängt vom Vorzeichen von c_1 ab), d.h.

$$w(i) = c_0 + c_1 \cdot i$$

- entweder ist der Teil der Anpassung in den mittleren Perioden besonders groß oder besonders klein, d.h.

$$w(i) = c_0 + c_1 \cdot i + c_2 \cdot i^2.$$

Grafisch:

Da in unserem Fall die ökonomische Theorie in Form der KKPT keine konkreten Aussagen über eine polynomiale Anpassung macht, werden ein paar Ansätze ausprobiert, um ein Gefühl für die tatsächliche Anpassungsstruktur zu bekommen.

a)

konstante Anpassung über 5 Monate hinweg:

$$\log(w_t) = \beta_1 + \beta_2 \cdot (\log(\frac{\bar{p}'_t}{\bar{p}_t}) + \log(\frac{\bar{p}'_{t-1}}{\bar{p}_{t-1}}) + \dots + \log(\frac{\bar{p}'_{t-5}}{\bar{p}_{t-5}})) + \epsilon_t$$

```
ls log(excrate) c lppi+lppi(-1)+lppi(-2)+lppi(-3)+lppi(-4)+lppi(-5)
===== konstante Lag-Funktion
Dependent Variable: LOG(EXCRATE)
Method: Least Squares
Date: 06/25/07 Time: 11:45
Sample(adjusted): 1968:06 2007:02
Included observations: 465 after adjusting endpoints
=====
Variable          Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.
=====
C                  0.081646   0.007328   11.14236   0.0000
LPPI+LPPI(-1)+LPPI(-2)+LPPI(-3)+LPPI(-4)+LPPI(-5)  0.141010   0.003805   37.05467   0.0000
=====
R-squared          0.747828   Mean dependent var 0.254435
Adjusted R-squared 0.747283   S.D. dependent var 0.242456
S.E. of regression 0.121885   Akaike info criter-1.367189
Sum squared resid  6.878286   Schwarz criterion -1.349373
Log likelihood     319.8714   F-statistic      1373.049
Durbin-Watson stat 0.053329   Prob(F-statistic) 0.000000
=====
```

- Falls das obige Modell korrekt wäre und β_2 richtig geschätzt worden wäre, würde eine 1%-ige Erhöhung des US-amerikanischen PPIs den Wechselkurs in den kommenden 5 Monaten um durchschnittlich jeweils 0,14% erhöhen, so dass er nach der Anpassungsphase um etwa $6 \cdot 0,14\% = 0,84\%$ gestiegen wäre.

b)
 parabolische Lag-Funktion über 12 Monate:
 Polynomiale Lag-Funktionen können in EViews mit dem Befehl *pdl* eingebaut werden.

```

ls log(excrate) c pdl(lppi,12,2)
===== parabolische Lag-Funktion
Dependent Variable: LOG(EXCRATE)
Method: Least Squares
Date: 06/25/07   Time: 12:02
Sample(adjusted): 1969:01 2007:02
Included observations: 458 after adjusting endpoints
=====

```

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.080194	0.007152	11.21220	0.0000
PDL01	0.001154	0.069318	0.016654	0.9867
PDL02	-0.055379	0.007204	-7.686779	0.0000
PDL03	0.004879	0.004959	0.983798	0.3257

```

=====
R-squared          0.758056   Mean dependent var   0.248675
Adjusted R-squared 0.756458   S.D. dependent var   0.239742
S.E. of regression 0.118313   Akaike info criterio-1.422276
Sum squared resid  6.355047   Schwarz criterion    -1.386233
Log likelihood      329.7011   F-statistic          474.1568
Durbin-Watson stat 0.058314   Prob(F-statistic)    0.000000
=====

```

Lag	Distribution of LPP	i	Coefficie	Std. Error	T-Statistic
.	*	0	0.50907	0.11875	4.28708
.	*	1	0.40003	0.06662	6.00491
.	*	2	0.30073	0.03141	9.57600
.	*	3	0.21120	0.03285	6.42955
.	*	4	0.13143	0.05137	2.55835
.	*	5	0.06141	0.06465	0.94989
*	.	6	0.00115	0.06932	0.01665
*	.	7	-0.04935	0.06487	-0.76064
*	.	8	-0.09009	0.05172	-1.74190
*	.	9	-0.12107	0.03284	-3.68715
*	.	10	-0.14230	0.02973	-4.78628
*	.	11	-0.15376	0.06440	-2.38773
*	.	12	-0.15547	0.11625	-1.33744

```

=====
Sum of Lags          0.90300   0.02422   37.2840
=====

```

- Wichtig ist hier die geschätzte Lag-Funktion, die EViews mitausgibt. Aus ihr lässt sich vermuten, dass nach einer Preisänderung in den ersten 6 Monaten eine starke Änderung der Wechselkurse stattfindet, worauf kleinere korrigierende Anpassungen folgen.
- Die sofortige Wechselkurs/Preis-Elastizität beträgt nach dieser Schätzung im Durchschnitt 0,509.

- Die langfristige Elastizität beträgt nach dieser Schätzung im Durchschnitt 0,903.

Auch weitere Schätzungen auf diese Art und Weise liefern langfristige Elastizitäten von ungefähr 1, was für die langfristige Gültigkeit der Kaufkraftparitätentheorie spricht. Außerdem weisen weitere Schätzungen eine ähnliche Anpassungsstruktur wie in b) aus. Aus ökonomischer Sicht mag der starke kurz- und mittelfristige Effekt zunächst verwundern: Schließlich könnten beispielsweise irische Preiserhöhungen bei kurzfristig konstanter Auslandsnachfrage den Gesamtexportwert und damit die Nachfrage nach IEP und € vorübergehend erhöhen, was eher zu einer Aufwertung als zu einer starken Abwertung führen sollte.

Bezieht man die bei der Geldversorgung und Wechselkursbildung sehr wichtigen Zentralbanken mit in die Überlegungen ein, erscheint die beobachtbare Anpassungsstruktur schon plausibler: So könnten zum Zeitpunkt einer Ausweitung der Geldmenge der Irischen Zentralbank bzw. der EZB die starren Preise kurzfristig relativ konstant bleiben, während der Devisenmarkt sofort in Form einer IEP- bzw. Euroabwertung reagiert. Langfristig sollte es dann jedoch wieder zu einer „korrigierenden“ Aufwertung des Euro kommen, die das kurzfristig stärkere Sinken des Wechselkurses gegenüber dem Preisverhältnis ausgleicht.

3.5 Das partielle Anpassungsmodell

Das partielle Anpassungsmodell kann dazu benutzt werden eine Anpassung über unendlich viele Perioden zu schätzen. Dazu betrachten wir folgendes Grundmodell:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_t + \lambda \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

da $y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_{t-1} + \lambda \cdot y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$ erhält man für y_t :

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_t + \lambda \cdot (\beta_1 + \beta_2 \cdot x_{t-1} + \lambda \cdot y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t$$

$$\Rightarrow y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_t + \lambda \cdot \beta_1 + \lambda \cdot \beta_2 \cdot x_{t-1} + \lambda^2 \cdot y_{t-2} + \varepsilon_t + \lambda \cdot \varepsilon_{t-1}$$

$$\Rightarrow y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_t + \lambda \cdot \beta_1 + \lambda \cdot \beta_2 \cdot x_{t-1} + \lambda^2 \cdot (\beta_1 + \beta_2 \cdot x_{t-2} + \lambda \cdot y_{t-3} + \varepsilon_{t-2}) + \varepsilon_t + \lambda \cdot \varepsilon_{t-1}$$

$$\Rightarrow y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_t + \lambda \cdot \beta_1 + \lambda \cdot \beta_2 \cdot x_{t-1} + \lambda^2 \cdot \beta_1 + \lambda^2 \beta_2 \cdot x_{t-2} + \lambda^3 \cdot y_{t-3} + \varepsilon_t + \lambda \cdot \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \cdot \varepsilon_{t-2}$$

...

$$\Rightarrow y_t = \beta_1 \cdot \sum_{i \geq 0} \lambda^i + \beta_2 \cdot \sum_{i \geq 0} \lambda^i \cdot x_{t-i} + \sum_{i \geq 0} \lambda^i \cdot \varepsilon_{t-i}$$

Im partiellen Anpassungsmodell unterscheiden sich also der kurzfristige und der langfristige Effekt der exogenen Variable x auf die endogene Variable y . Der kurzfristige Effekt beträgt β_2 , wohingegen der langfristige Effekt $\frac{\beta_2}{1-\lambda}$ beträgt.

λ ist ein Anpassungsparameter, der die Geschwindigkeit der Anpassung an das langfristige Gleichgewicht angibt:

- $\lambda = 0$: sofortige Anpassung
- $\lambda > 0$ *klein* : y nimmt langfristiges Gleichgewicht schnell an
- $1 > \lambda > 0$ *groß* : längerer Anpassungsprozess
- $\lambda \geq 1$: keine Anpassung

```

ls log(excrate) c lppi log(excrate(-1))
===== partielle Anpassung
Dependent Variable: LOG(EXCRATE)
Method: Least Squares
Date: 06/25/07 Time: 12:03
Sample(adjusted): 1968:01 2007:02
Included observations: 470 after adjusting endpoints
=====
Variable          Coefficient Std. Error t-Statistic Prob.
=====
C                  0.002066   0.001906   1.083919   0.2790
LPPi               0.018857   0.010609   1.777531   0.0761
LOG(EXCRATE(-1))  0.973965   0.010848   89.78351   0.0000
=====
R-squared          0.986810   Mean dependent var 0.258499
Adjusted R-squared 0.986754   S.D. dependent var 0.244330
S.E. of regression 0.028120   Akaike info criter -4.298277
Sum squared resid  0.369285   Schwarz criterion  -4.271770
Log likelihood     1013.095   F-statistic        17469.69
Durbin-Watson stat 1.848376   Prob(F-statistic)  0.000000
=====

```

- Das Schätzergebnis deutet einen langfristigen Anpassungsprozess an ($\hat{\lambda} \approx 0,974$).
- Die kurzfristige Elastizität wird mit ungefähr 0,0189 sehr gering geschätzt.
- Aus den geschätzten Parametern ergibt sich eine langfristige Elastizität von $\frac{0,0189}{1-0,974} \approx 0,727$.

Grafisch:

- Dieses Ergebnis sollte nicht überinterpretiert werden, da die vorhergegangenen Schätzungen eine andere Anpassungsstruktur nahegelegt haben, als es das partielle Anpassungsmodell voraussetzt. Daher könnte auch hier eine Fehlspezifikation vorliegen.

3.6 Das Fehlerkorrekturmodell

Generelles Modell:

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 \cdot \Delta x_t - \lambda \cdot (y_{t-1} - \beta_3 \cdot x_{t-1}) + \varepsilon_t, \text{ wobei } 0 \leq \lambda \leq 1$$

Grafische Darstellung einiger Beispiele:

- $\beta_2 > \beta_3$:

- $\beta_2 < \beta_3$:

- $\beta_2 < 0, \beta_3 > 0$:

- $\beta_2 = 0$:

β_2 gibt hier den sofortigen Effekt bei einer Änderung von x an.

β_3 gibt den langfristigen Effekt an.

λ ist ein Anpassungsparameter: Je größer λ ist, desto schneller werden Abweichungen vom langfristigen Gleichgewicht korrigiert.

Spezialfälle:

$\lambda = 1$: Innerhalb einer Periode passt sich y seinem langfristigen Gleichgewicht an.

$\lambda = 0$: Fehlerkorrekturmodell = Differenzenmodell

Für unseren Zweck setzen wir zunächst folgendes Fehlerkorrekturmodell an:

$$\Delta \log(w_t) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \Delta \log\left(\frac{\bar{p}'_t}{p_t}\right) + (-\lambda) \cdot \log(w_{t-1}) + \lambda \cdot \beta_3 \cdot \log\left(\frac{\bar{p}'_{t-1}}{p_{t-1}}\right) + \varepsilon_t$$

===== Fehlerkorrekturmodell (1 Monat)

Dependent Variable: DLOG(EXCRATE)

Method: Least Squares

Date: 06/25/07 Time: 12:05

Sample(adjusted): 1968:02 2007:02

Included observations: 469 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.002128	0.001867	1.139721	0.2550
D(LPPI)	0.624818	0.129501	4.824832	0.0000
LOG(EXCRATE(-1))	-0.026250	0.010635	-2.468334	0.0139
LPPI(-1)	0.022080	0.010459	2.111121	0.0353
R-squared	0.057713	Mean dependent var	-0.000775	
Adjusted R-squared	0.051633	S.D. dependent var	0.028275	
S.E. of regression	0.027536	Akaike info criter	-4.338183	
Sum squared resid	0.352567	Schwarz criterion	-4.302783	
Log likelihood	1021.304	F-statistic	9.493328	
Durbin-Watson stat	1.933498	Prob(F-statistic)	0.000004	

- Falls das Modell korrekt wäre und die geschätzten Koeffizienten den tatsächlichen entsprechen würden, würde eine 1%-ige Erhöhung der amerikanischen Preise den Wechselkurs sofort um durchschnittlich 0,625% erhöhen und langfristig um durchschnittlich $\frac{0,022080}{0,026250}\% = 0,841\%$.
- Das Wort „durchschnittlich“ ist hier aber entscheidend, denn das sehr kleine $\bar{R}^2 = 0,0516$ deutet daraufhin, dass die wirklichen Wechselkursänderungen in der Regel weit von den eben prognostizierten abweichen. Der Erklärungsgehalt dieser Schätzung ist also äußerst gering. Die monatlichen Änderungsraten der Wechselkurse können durch die hier benutzten exogenen Variablen nur unzureichend beschrieben werden.

Betrachtet man dagegen größere Zeiträume, versucht man also z.B. Jahresänderungsraten der WK zu erklären, erhält man aussagekräftigere Ergebnisse:

$$\Delta_{12}\log(w_t) := \log(w_t) - \log(w_{t-12}) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \Delta_{12}\log\left(\frac{\bar{p}'_t}{\bar{p}_t}\right) + (-\lambda) \cdot \log(w_{t-12}) + \lambda \cdot \beta_3 \cdot \log\left(\frac{\bar{p}'_{t-12}}{\bar{p}_{t-12}}\right) + \varepsilon_t$$

```

===== Fehlerkorrekturmodell (12 Monate)
Dependent Variable: DLOG(EXCRATE,0,12)
Method: Least Squares
Date: 06/25/07   Time: 12:06
Sample(adjusted): 1969:01 2007:02
Included observations: 458 after adjusting endpoints
=====

```

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.022451	0.005732	3.916495	0.0001
D(LPPI,0,12)	1.428619	0.084305	16.94580	0.0000
LOG(EXCRATE(-12))	-0.314125	0.032320	-9.719071	0.0000
LPPI(-12)	0.331285	0.032187	10.29237	0.0000

```

=====
R-squared          0.476738      Mean dependent var-0.010114
Adjusted R-squared 0.473281      S.D. dependent var 0.115142
S.E. of regression 0.083565      Akaike info criter-2.117690
Sum squared resid  3.170327      Schwarz criterion -2.081648
Log likelihood     488.9511      F-statistic        137.8783
Durbin-Watson stat 0.173259      Prob(F-statistic) 0.000000
=====

```

- Vergleicht man diese Schätzung mit der vorherigen, fällt auf, dass sämtliche Koeffizienten deutlich größer geschätzt werden und sie daher nun zu jedem gängigen Konfidenzniveau einen signifikanten Beitrag leisten. Außerdem ist das Bestimmtheitsmaß \bar{R}^2 deutlich gestiegen. Die Ergebnisse scheinen nun also eine wesentlich größere Aussagekraft bzw. Genauigkeit zu besitzen.

- Eine 1%-ige Preisänderung in den USA innerhalb eines Jahres scheint mit einem Anstieg des Wechselkurses von etwa 1,42% innerhalb dieses Jahres einherzugehen. Langfristig scheint diese Preisänderung eine Wechselkursänderung von etwa $\frac{0,331}{0,314} = 1,054\%$ nach sich zu ziehen.

Die geschätzte langfristige Elastizität liegt auffällig nahe bei 1.

Tatsächlich kann nach einem Wald-Test die Hypothese $H_0 : -\beta_4 / \beta_3 = 1$ nicht verworfen werden:

```
wald -c(4)/c(3)=1
=====
Wald Test:
Equation: Untitled
=====
Test Statistic      Value      df      Probability
=====
F-statistic         0.857954  (1, 454)  0.3548
Chi-square          0.857954      1      0.3543
=====

Null Hypothesis Summary:
=====
Normalized Restriction (= 0)  Value  Std. Err.
=====
-1 - C(4)/C(3)                0.054629  0.058978
=====
Delta method computed using analytic derivatives.
=====
```

Dieses Ergebnis ist ein weiteres Indiz für die langfristige Gültigkeit der KKPT.

4 Fazit

Wir haben die Kaufkraftparitätentheorie am Beispiel USA/Irland durch empirische Untersuchungen überprüft.

Die langfristige Gültigkeit der KKPT konnte dabei überraschend gut bestätigt werden. So lieferten beispielsweise Fehlerkorrekturmodelle eine geschätzte langfristige Elastizität von etwa 1, wie es die KKPT verlangt.

Kurzfristig (≤ 12 Monate) dagegen können durchaus Abweichungen von der KKP auftreten.

Die empirischen Untersuchungen führten außerdem zu fundierten Vermutungen über die zeitliche Anpassungsstruktur des Wechselkurses bei einer Änderung des Preisniveaus,

über welche die KKPT (in der hier vorgestellten Form) keine Aussage macht: Verändert sich in einer Periode (6 bis 24 Monate) das Preisniveau, reagieren die Wechselkurse in eben dieser Periode besonders stark (kurzfristige Elastizität > 1). Daraufhin findet im Regelfall eine langfristige Anpassungsbewegung statt, welche dieses „Überschießen“ der Wechselkurse korrigiert.

Trotz dieser schönen Ergebnisse, sollte man auch die Probleme unseres Vorgehens im Auge behalten:

- Es wurden nur 2 Länder mit jeweils einem Preisindex betrachtet, so dass niemals „allgemein“ die Kaufkraftparitätentheorie bestätigt werden kann.
- Alle Schätzungen wurden über größtmögliche Zeiträume durchgeführt, so dass wohl über Strukturbrüche hinweg geschätzt wurde.
- Es wurden die Preisindizes aus den USA und Irland mit Hinweis auf Schätzergebnisse kürzerer Schätzzeiträume zusammengefasst, obwohl diese Hypothese nach einem Waldtest abgelehnt werden musste.
- Auch andere Probleme wie Autokorrelation, Heteroskedastie, Endogenität wurden nur oberflächlich angesprochen.

Vertiefende Literatur:

Winker, P. (2007) : Empirische Wirtschaftsforschung, 2.Auflage, Kapitel 11 .