



Empirische Wirtschaftsforschung

Die Schätzung einer Produktionsfunktion

Lernziel: Was ist Multikollinearität?

Der theoretische Rahmen

Eine Produktionsfunktion vom Typ Cobb/Douglas:

$$Y = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta$$

Y : Produktionspotential

L : Zahl der Erwerbstätigen

K : Kapitalbestand

A : Skalierungsparameter, totale Faktorproduktivität

α : Produktionselastizität des Kapitals

β : Produktionselastizität der Arbeit

$\alpha + \beta$: Skalanelastizität

Die Daten

Daten der vierteljährlichen volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung der Bundesrepublik Deutschland, 1960.1 1989.4 (Westdeutschland), real, d.h. zu Preisen von 1980, Abgrenzung für die Gesamtwirtschaft ohne Staat

Daten im work file W90.wf1

YT : Bruttoinlandprodukt abz. Wertschöpfung des Staates

LT : Zahl der Erwerbstätigen ohne Beschäftigte beim Staat

K : Kapitalbestand, Unternehmen ohne Wohnungsvermietung

Schätzung in Logarithmen

$$\ln YT_t = \ln A + \alpha \cdot \ln K_t + \beta \cdot \ln LT_t + \varepsilon_t$$

Ergebnis?

Weitere erklärende Variablen

$@SEAS(i)$ Saisondummy, 1 im i -ten Quartal

→ das Wetter als Produktionsfaktor

T Trend, $T_{1960:1} = 1$, ansteigend um 1 in jedem Quartal

Begründung: $A_t = \bar{A} \cdot \exp(\gamma \cdot t)$

Konstanter (exogener) technischer Fortschritt,
die Rate des technischen Fortschritts beträgt γ

H Zahl der geleisteten Arbeitsstunden pro Erwerbstätigen

Begründung: Man schafft weniger, wenn man weniger arbeitet

Q Auslastungsgrad des Kapitalbestands

Begründung:

1. Produktion = Produktionspotential · Auslastungsgrad;

2. Nur das eingesetzte Kapital trägt zur Produktion bei

→ eingesetztes Kapital = Gesamtkapital · Auslastungsgrad

T^2 Trendquadrat, $T^2 = 1, 4, 9, \dots$

Begründung: Abnehmender technischer Fortschritt

Ergebnis(se): Es sieht schon ökonomisch plausibler aus.

Weitere Möglichkeiten der empirischen Analyse

Test auf konstante Skalenerträge ($\alpha + \beta = 1$),
Gleichheit bestimmter Koeffizienten (L und H, K und Q, $\text{coeff}(\ln Q)=1$)

Schätzung in Differenzen

Begründung:

1. Kurzfristige Produktionselastizitäten;
2. Fehlende Variablen werden "herausdifferenziert"

Ergebnis?

Schätzung einer allgemeineren funktionalen Form:

CES Produktionsfunktion, Trans-Log Produktionsfunktion

Beispiel: $\ln K * \ln LT$ ökonomische Interpretation?

Weitere mögliche Variablen aus der neoklassischen Theorie
und der Theorie endogenen Wachstums:

Humankapital (Ausbildung), F&E Investitionen und Innovationen,
Außenhandelsverflechtung und Produktivität der 'best practice'-Technologie
(externe Effekte bzw. Spillovers) . . .

Beschränkung durch die Zahl der Freiheitsgrade der Gleichung

Lösung: Möglicherweise sektorale Daten oder Mikrodaten von Unternehmen

Schätzung einer Cobb/Douglas Produktionsfunktion

– Arbeit und Kapital als Produktionsfaktoren

– konstanter technischer Fortschritt

$$A = \bar{A} \cdot \exp(\gamma \cdot t), \quad \frac{\partial \ln A}{\partial t} = \gamma$$

– Saisoneinflüsse auf die Produktionsfunktion

```

=====
LS // Dependent Variable is log(YT)
Sample: 1960:1 1989:4
Included observations: 120
=====
      Variable      Coefficient Std. Error T-Statistic Prob.
=====
           C          -3.955084   0.647823   -6.105190   0.0000
        SEAS(1)       -0.075698   0.007215  -10.49119   0.0000
        SEAS(2)       -0.046199   0.006933   -6.663421   0.0000
        SEAS(3)       -0.000624   0.006888   -0.090559   0.9280
        log(LT)         0.823353   0.136715    6.022390   0.0000
        log(K)          0.920707   0.046378   19.85215   0.0000
           T          -0.002044   0.000465   -4.398415   0.0000
=====
R-squared           0.989932      Mean dependent var 5.589478
Adjusted R-squared 0.989397      S.D. dependent var 0.259055
S.E. of regression 0.026675      Akaike info criter -7.191502
Sum squared resid  0.080405      Schwartz criterion -7.028898
Log likelihood      268.2175      F-statistic         1851.741
Durbin-Watson stat 1.072566      Prob(F-statistic)  0.000000
=====

```

Interpretation des Schätzergebnisses:

– Produktionselastizität des Kapitals: 0.921 (19.9)

– Produktionselastizität der Arbeit: $0.823 \pm 2 \cdot 0.14$

– 95 Prozent Konfidenzbereich: $\hat{\beta} \pm 2 \cdot \hat{\sigma}_{\beta}$

– Skalenelelastizität: $0.921 + 0.823$, ökonomisch sinnvoll?

– Konstante: Skalierungsparameter, totale Faktorproduktivität.

– im 1. Quartal: $-3.955084 - 0.075698 + \gamma \cdot t$

– im 2. Quartal: $-3.955084 - 0.046199 + \gamma \cdot t$

– im 3. Quartal: $-3.955084 - 0.000624 + \gamma \cdot t$

– im 4. Quartal: $-3.955084 + \gamma \cdot t$

– Technischer Fortschritt: -0.2 Prozent pro Quartal, ökonomisch sinnvoll?

Erweiterte Schätzung der Produktionsfunktion

- *Arbeitszeit als Produktionsfaktor*
- *Kapitaleinsatz bereinigt um Auslastungsschwankungen*
- *technischer Fortschritt als Trend*

$$A = \bar{A} \cdot \exp(\gamma \cdot t + \gamma_2 \cdot t^2), \quad \frac{\partial \ln A}{\partial t} = \gamma + 2 \cdot \gamma_2 \cdot t$$

=====
 LS // Dependent Variable is LYT

Sample: 1960:1 1989:4

Included observations: 120
 =====

Variable	Coefficient	Std. Error	T-Statistic	Prob.
C	-4.525458	0.726587	-6.228375	0.0000
SEAS(1)	-0.069597	0.005229	-13.30894	0.0000
SEAS(2)	-0.035368	0.005449	-6.491212	0.0000
SEAS(3)	0.017540	0.005457	3.214035	0.0017
log(LT)+log(H)	0.618268	0.099434	6.217867	0.0000
log(K)+log(Q)	0.320979	0.050292	6.382301	0.0000
T	0.011083	0.001152	9.624822	0.0000
T^2	-4.15E-05	3.57E-06	-11.62725	0.0000

=====
 R-squared 0.994971 Mean dependent var 5.589478
 Adjusted R-squared 0.994657 S.D. dependent var 0.259055
 S.E. of regression 0.018936 Akaike info criter -7.869033
 Sum squared resid 0.040160 Schwartz criterion -7.683200
 Log likelihood 309.8694 F-statistic 3165.661
 Durbin-Watson stat 1.195576 Prob(F-statistic) 0.000000
 =====

Interpretation des Schätzergebnisses:

- *Skalenelastizität: 0.618+0.321*
- *Technischer Fortschritt: 1.1 – 2 · –0.00415 · t Prozent im Quartal.*