

Einführung in die Finanzwissenschaft

Lösung zum Übungsblatt 1

Torben Klarl

Universität Augsburg

6. Mai 2013

- 1 Betrachten Sie eine Ökonomie mit 2 Personen, Henry und Catherine, und 2 Gütern, Brot und Wasser. In Folge einer Dürre entscheidet der Staat, das Wasser zu rationieren und jedem die Hälfte zuzuteilen. Zudem wird verboten, mit Wasser zu handeln. Zeichnen Sie die Situation in einer Edgeworth Box ein und argumentieren Sie, warum diese i.d.R. nicht pareto-effizient ist.

→ siehe Grafiken

- 2 Leiten Sie die Optimalitätsbedingung für den Konsum ab:

$$MRS_{F,C} = \frac{p_F}{p_C}$$

Lösung

Gegeben: Nutzenfunktion $U(F, C)$, Einkommen I

Definition der Grenzrate der Substitution:

$$MRS_{F,C} = -\frac{dC}{dF} = \frac{\frac{\partial U}{\partial F}}{\frac{\partial U}{\partial C}} \quad (1)$$

Oft verwende ich für die Definition der partielle Ableitung auch die Schreibweise U_F , also $U_F = \frac{\partial U}{\partial F}$.

Lagrange-Funktion:

$$L = U(F, C) + \lambda [I - p_F F - p_C C] \quad (2)$$

First-Order Conditions:

$$\frac{\partial L}{\partial F} : U_F = \lambda p_F \quad (3a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial C} : U_C = \lambda p_C \quad (3b)$$

Aus (3a)=(3b) folgt

$$\frac{U_F}{U_C} = \frac{p_F}{p_C}$$

Mit der Definition der Grenzrate der Substitution folgt

$$MRS_{F,C} = \frac{p_F}{p_C}$$

8 Wiederholung: Nutzenmaximierung

Carla gibt jeden Monat \$ 210 für Wein und Bier aus. Ihre Nutzenfunktion ist durch $U = 100WB$ gegeben, wobei W die Anzahl der Weinflaschen und B die Anzahl der Six-Packs mit Bierflaschen bezeichnen. Wenn Wein \$10 kostet, und das Six-Pack Bier \$15, maximiert sie ihren Nutzen, wenn sie folgende Kombinationen kauft:

- 10.5 Flaschen Wein und 7 Six-Packs mit Bier
- 2 Flaschen Wein und 3 Six-Packs mit Bier
- gleiche Anzahl an Weinflaschen und Six-Packs mit Bier
- 10 Flaschen und 13.3 Six-Packs mit Bier
- keine der obigen Antworten

Lösung

Die 1. Antwort ist richtig.

Budgetgleichung:

$$210 = 10W + 15B \quad (4)$$

Lagrange-Funktion:

$$L = 100WB + \lambda [210 - 10W - 15B] \quad (5)$$

Bedingungen 1. Ordnung:

$$\frac{\partial L}{\partial W} : 100B = 10\lambda \quad (6a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial B} : 100W = 15\lambda \quad (6b)$$

(6a):(6b) impliziert

$$\frac{B}{W} = \frac{2}{3}$$

$W = 3/2B$ eingesetzt in (4) führt auf

$$210 = 15B + 15B$$

bzw. $B = 7$. Damit auch $W = 3/2B = 10.5$.

- 4 Unterstellen Sie für Adam und Eva folgende identische Nutzenfunktion:

$$U = \log x_1 + 2 \log x_2$$

- 1 Berechnen Sie die Grenzzraten der Substitution zwischen Gut 1 und Gut 2.
- 2 Leiten Sie die Menge der pareto-effizienten Allokationen ab.

- ③ Konstruieren Sie die Kontraktkurve im Fall gegebener Gesamtausstattung $(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = (2, 3)$.

Lösung

Anmerkung: Manchmal schreibe ich $\log x$, manchmal $\ln x$. Ich meine in BEIDEN FÄLLEN den natürlichen Logarithmus. In der Literatur finden sich beiden Notationen.

- 1) Grenzrate der Substitution (auf Reihenfolge der Indizes achten):

$$MRS_{1,2} = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = \frac{x_2}{2x_1} \quad (7)$$

- 2) Bezeichne ein hochgestellter Index $\{A, E\}$ Adams bzw. Evas Variablen. Dann ist die Bedingung für Pareto-Effizienz

$$\frac{x_2^A}{2x_1^A} = MRS_{1,2}^A = MRS_{1,2}^E = \frac{x_2^E}{2x_1^E} \quad (8)$$

- 3) Die Gesamtausstattung wird auf Adam und Eva aufgeteilt:

$$2 = x_1^A + x_1^E \quad (9a)$$

$$3 = x_2^A + x_2^E \quad (9b)$$

Auflösen der beiden Gleichungen führt auf

$$x_1^E = 2 - x_1^A \quad (10a)$$

$$x_2^E = 3 - x_2^A \quad (10b)$$

Einsetzen in (8) führt auf

$$\frac{2x_1^A}{x_2^A} = \frac{2x_1^E}{x_2^E} = \frac{4 - 2x_1^A}{3 - x_2^A}$$

Dies lässt sich auflösen als

$$x_1^A = \frac{2}{3}x_2^A$$

Zur graphischen Darstellung der Kontraktkurve (siehe Vorlesung).

- 6 Wiederholung: Profitmaximierung
Eine Spielzeugfirma produziert Spielzeugautos mit Stahl gemäß der Produktionsfunktion $Q = 50 + 100S - 0.5S^2$. Wenn Stahl \$49 kostet und das Spielzeugauto für \$7 verkauft wird, beträgt der optimale Einsatz von Stahl in der Produktion

- 50
- 43
- 100
- 93
- 133

Lösung

Die 4. Antwort ist richtig.

Die Gewinne sind

$$\Pi = 7Q - 49S = 350 + 700S - 3.5S^2 - 49S$$

Notwendige Bedingung: 1. Ableitung gleich Null, $\frac{d\Pi}{dS} = 0$:

$$700 - 7S - 49 = 0$$

Dies führt auf $S = 93$.

6 Wiederholung: Kostentheorie

Die Frank Failing Company hat durchschnittliche variable Kosten von \$8, durchschnittliche fixe Kosten von \$16, Grenzkosten von \$12, und eine Nachfrageelastizität von -3. Frank sollte kurzfristig ...

- schließen
- \$8 (für ihr Produkt) verlangen

- \$16 verlangen
- \$18 verlangen
- \$36 verlangen

Lösung

Die 4. Antwort ist richtig.

Der optimale Preis erfüllt:

$$p = \frac{C'(x)}{\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right)} \quad (11)$$

mit $\varepsilon = \frac{\partial x}{\partial p} \frac{p}{x}$... Nachfrageelastizität
Dies ergibt

$$p = \frac{12}{1 - \frac{1}{3}} = 18$$

Dies ist höher als die durchschnittlichen variablen Kosten, deswegen sollte kurzfristig nicht geschlossen werden.

- 7 Wie verändert sich die Optimalitätsbedingung für die Grenzrate der Transformation, wenn die Produzenten Monopolisten sind und die Nachfrageelastizitäten ϵ_i , $i \in \{1, 2\}$, auf den Gütermärkten betragen?

$$MRT_{1,2} = \frac{MC_1}{MC_2} = \frac{\left(1 + \frac{1}{\epsilon_1}\right) p_1}{\left(1 + \frac{1}{\epsilon_2}\right) p_2},$$

- 8 Ist vollkommene Konkurrenz wünschenswert?

Antwort

Kurzfristig ja, langfristig ist mit Nachteilen für das Wachstum zu rechnen. Ohne Monopol (oder monopolistische Spielräume wie bei monopolistischer Konkurrenz) keine Gewinne, und ohne Gewinne haben Unternehmen keine Anreize zu forschen, ohne Forschung kein Wachstum.

Dies ist das klassische Spannungsfeld der Wettbewerbspolitik, den optimalen trade-off zwischen kurzfristiger Effizienz und langfristigen Wachstumseffekten abzuwiegen.

- 9 Zeigen Sie für die 2-Güter-Wirtschaft: Wenn die Überschussnachfrage nach Gut 1 Null ist, dann ist auch der Markt für Gut 2 im Gleichgewicht (**Gesetz von Walras**).

Lösung

Sei (ω_1^A, ω_2^A) die Ausstattung und (x_1^A, x_2^A) die Nachfrage nach den Gütern 1 und 2 vom Individuum A. Analog für B. Dann gelten die Budgetgleichungen:

$$p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A = p_1 x_1^A + p_2 x_2^A \quad (12a)$$

$$p_1 \omega_1^B + p_2 \omega_2^B = p_1 x_1^B + p_2 x_2^B \quad (12b)$$

Addition von (12a) und (12b) und einfache Umformung führen auf:

$$p_1(\omega_1^A + \omega_1^B - x_1^A - x_1^B) + p_2(\omega_2^A + \omega_2^B - x_2^A - x_2^B) = 0 \quad (13)$$

In der 1. Klammer in (13) steht das Überschussangebot auf dem Markt für Gut 1, in der zweiten das für Gut 2. Ist der Markt 1 im Gleichgewicht, also das Überschussangebot gleich Null, dann muss damit auch für $p_1, p_2 > 0$ das Überschussangebot auf dem 2. Markt gleich Null sein.

- 10 In welchem der folgenden Märkte erwarten Sie eine effiziente Allokation?
- 1 Arbeitslosenversicherung
 - 2 Physiotherapie
 - 3 Aktienmärkte

- ④ PCs
- ⑤ Restaurants
- ⑥ benzingetriebene Laubbläser

Antworten

- ① Arbeitslosenversicherung: Ineffizienz. Problem der asymmetrischen Information (moral hazard). Wird deswegen auch nicht privat bereit gestellt (Marktversagen).
- ② Physiotherapie: Ineffizienzen, wenn auch im geringeren Ausmaß als bei der Arbeitslosenversicherung – bedingt durch Informationsasymmetrien. Moderne Medien helfen die Ineffizienzen zu senken, z.B. Ärzte-TÜV oder Therapeuten-TÜV im Internet.
- ③ Aktienmärkte: relativ effizient. Voraussetzung: Verbot von Insider-Handel.
- ④ PCs: relativ effizient. Hoher Wettbewerb und hohe Nachfrageelastizität lassen geringe monopolistische Spielräume.
- ⑤ Restaurants: Beispiel für monopolistische Konkurrenz. Standortvorteile und Produktdifferenzierung. Daher Ineffizienzen, wenn auch gering.
- ⑥ benzingetriebene Laubbläser: Externer Effekt (Lärm) führt zu Ineffizienzen.

- 11 Deutschland hat 2011 die Regulierung eingeführt, dass private Rentenversicherungen keine unterschiedlichen Tarife für Frauen und Männer anbieten dürfen. Ist eine solche Politik pareto-effizient? Erhöht eine solche Politik die gesellschaftliche Wohlfahrt?

Antwort

Da Männer kürzer leben als Frauen, haben sie bisher geringere Beiträge gezahlt als Frauen. Jetzt müssen sie höhere Beiträge zahlen, die der Frauen können abgesenkt werden.

1) Politik ist keine Pareto-Verbesserung, da der Nutzen der Männer sinkt (die jetzt höhere Beiträge zahlen müssen). Ebenso wenig liegt Pareto-Effizienz vor, da die Regel

$$MRT_{12} = \frac{MC_1}{MC_2} = \frac{p_1}{p_2}, \quad (14)$$

verletzt wird (wobei p_1 und p_2 die Versicherungsprämien für Männer und Frauen bezeichnen). Der Gesetzgeber setzt $p_1 = p_2$, obwohl die Grenzkosten voneinander abweichen.

2) Dass die gesellschaftliche Wohlfahrt erhöht wird, ist fraglich. Diese Gesetzgebung verletzt die Prämisse der Gleichbehandlung von Mann und Frau.

Wenn die Männer in Rente gehen, erwartet sie ein geringer Gegenwartswert der Rentenzahlungen als bei den Frauen, da ihr erwarteter Zahlungsstrom kürzer ist.

- 12 Unterstellen Sie, dass der Staat die soziale Nutzenfunktion

$$W = U_{Adam} + U_{Eve}$$

maximieren möchte. Zeichnen Sie die optimale Wohlfahrt W in Abbildung 16 ein. Wie ändert sich diese, wenn Adam Lobbying betreibt und der Staat die folgende Wohlfahrtsfunktion maximiert?

$$W = 2U_{Adam} + U_{Eve}$$

→ siehe Graphiken

- 13 Viele Berufe, wie z.B. der des Notars, sind stark reglementiert und ohne Lizenz nicht zu betreiben. Mindert dies die soziale Wohlfahrt?

Antwort

Hier gilt es, folgenden trade-off abzuwiegen: Auf der einen Seite führt der restriktive Zugang zu diesem Beruf zu Monopolrenten für die Notare und vermindert die Wohlfahrt. Auf der anderen Seite senkt sie das Informationsproblem über die Qualifikation der einzelnen Notare, da diese jetzt Mindeststandards erfüllen. Dies erhöht die Wohlfahrt und sorgt dafür, dass das Problem der Adversen Selektion geringer ist. Mit dem Fortschritt der Informationstechnologie jedoch wird letzteres Problem geringer, da man sich z.B. im Internet Informationen über Notare beschaffen kann. Tendenziell wird also eine Liberalisierung des Berufes wünschenswerter.

- 14 Wahr oder falsch? Eine höhere Tabaksteuer zur Finanzierung von mehr Bildungsausgaben ist eine Pareto-Verbesserung.

Antwort

Falsch. Die Wohlfahrt des Rauchers vermindert sich i.d.R. (während sich der Nutzen der Konsumenten des Gutes Bildung erhöht). Eine Mengensteuer für Tabak verletzt die folgende Bedingung für Pareto-Effizienz (wobei p_T den Preis für Tabak beschreibt, x seien die anderen Güter):

$$MRS_{T,x} = \frac{p_T}{p_x}$$

Mit einer Tabaksteuer τ_T verändert sich diese zu

$$MRS_{T,x} = \frac{p_T + \tau_T}{p_x}$$

Der Nutzen des Tabakrauchers könnte sich nur verbessern, wenn die Bildungsausgaben seine Wohlfahrt steigern und dort bereits ein Marktversagen vorläge. Marktversagen liegt bei dem Gut Bildung vor, da es Charakteristika eines Öffentlichen Gutes und positive externe Effekte hat.

Hat der Raucher also z.B. ein Kind, das das Öffentliche Gut Bildung konsumiert, könnte sich sein Nutzen erhöhen. Ferner beinhaltet Bildung einen externen Effekt,

dass z.B. die Kriminalität absinkt. Auch dann liegt ein Marktversagen vor und dann könnte die Erhöhung der Bildungsausgaben den Nutzen des Rauchers erhöhen. Der Nutzen des kriminellen Rauchers ohne Kinder verschlechtert sich jedoch.